

Übung und Seminar zur Vorlesung

„Grundlagen der Technischen Informatik 1“

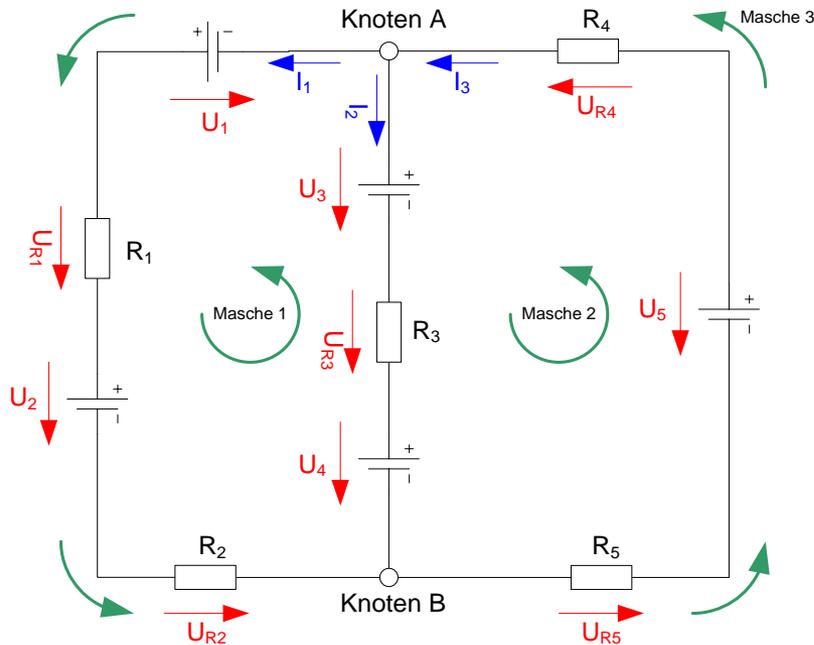
3. Aufgabenkomplex

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Berechnung von Gleichspannungsnetzwerken mittels der Determinantenmethode

Gegeben ist folgende Schaltung

**Werte:**

$$R_1 = 500 \, \Omega$$

$$R_2 = 1,5 \, \text{k}\Omega$$

$$R_3 = 10 \, \text{k}\Omega$$

$$R_4 = 200 \, \Omega$$

$$R_5 = 800 \, \Omega$$

$$U_1 = 10\text{V}$$

$$U_2 = 40\text{V}$$

$$U_3 = 4\text{V}$$

$$U_4 = 6\text{V}$$

$$U_5 = 20\text{V}$$

Bestimmen für die Widerstände die Spannungen und die Ströme.

Benutzen Sie die Maschen 2 und 3 sowie den Knoten A

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Berechnung von Gleichspannungsnetzwerken mittels der Determinantenmethode

- 1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 2 und 3 auf.
- 1.2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.
- 1.3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2
- 1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.
- 1.5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .
- 1.6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.8. Bestimmen Sie die Leistungen P_{R_1} bis P_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.9. Führen Sie die Probe für die Maschen 2 und 3 sowie den Knoten A durch.

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

1. Aufgabe

Formeln und Maßeinheiten:

Formel:

$$U = I \cdot R$$

$$G = \frac{1}{R}$$

$$P = U \cdot I$$

Parallelschaltung von 2 Widerständen:

$$R_1 \parallel R_2 = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]^{-1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Reihenschaltung von Widerständen:

$$R_{ers} = \sum_{k=1}^n R_k \quad U_{ges} = \sum_{k=1}^n U_k \quad I_1 = I_2 = \dots = I_n$$

Parallelschaltung von Widerständen:

$$G_{ers} = \sum_{k=1}^n G_k \quad \left[= \frac{1}{R_{ers}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \right] \quad I_{ges} = \sum_{k=1}^n I_k \quad U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

Maschensatz

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

Knotenpunktsatz

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Maßeinheit:

$$[U] = V$$

$$[I] = A$$

$$[R] = \Omega \left[= \frac{V}{A} \right]$$

$$[P] = W = V \cdot A$$

1. Aufgabe

Punkteverteilung:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Aufgabe 1.1-1.3 je 4 Punkte

Aufgabe 1.4-1.9 je 3 Punkte

Bemerkung:

- In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.
- Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.
- Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren. Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.
- Alle Aufgaben auf eine Mantissengenauigkeit von 4 Stellen genau berechnen, wenn in der Aufgabe nicht anders angegeben (Exponent-Mantissendarstellung).
- Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.
- Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.
- Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)
- Spannungen mit der Masche sind positiv, umgekehrt negativ.
- Ströme zum Knoten sind positiv, umgekehrt negativ.

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal):

Präfix	Faktor	Bezeichnung	Präfix	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta	m	10^{-3}	Milli
Z	10^{21}	Zetta	μ	10^{-6}	Mikro
E	10^{18}	Exa	n	10^{-9}	Nano
P	10^{15}	Peta	p	10^{-12}	Piko
T	10^{12}	Tera	f	10^{-15}	Femto
G	10^9	Giga	a	10^{-18}	Atto
M	10^6	Mega	z	10^{-21}	Zepto
k	10^3	Kilo	y	10^{-24}	Yokto

Umgang mit den Präfixen am Beispiel der Mantissengenauigkeit von 4 Stellen:

---,- Präfix Maßeinheit

--,-- Präfix Maßeinheit

-,--- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

1. Aufgabe Lösung

Berechnung von Gleichspannungsnetzwerken mittels der Determinantenmethode

- 1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 2 und 3 auf.
- 1.2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.
- 1.3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2
- 1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.
- 1.5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .
- 1.6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.8. Bestimmen Sie die Leistungen P_{R_1} bis P_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.9. Führen Sie die Probe für die Maschen 2 und 3 sowie den Knoten A durch.

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

Lösung - 1. Aufgabe

1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 2 und 3 auf.

$$U_3 + U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

$$-U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

1.2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

1.3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2

$$\begin{aligned}
 U_3 + U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\
 -U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\
 -I_1 - I_2 + I_3 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= -U_3 - U_4 + U_5 \\
 U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= U_1 - U_2 + U_5 \\
 -I_1 - I_2 + I_3 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 \cdot I_1 + (R_3) \cdot I_2 + (R_4 + R_5) \cdot I_3 &= -U_3 - U_4 + U_5 \\
 (R_1 + R_2) \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + (R_4 + R_5) \cdot I_3 &= U_1 - U_2 + U_5 \\
 -I_1 - I_2 + I_3 &= 0
 \end{aligned}$$

1. Aufgabe

1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & R_3 & (R_4 + R_5) \\ (R_1 + R_2) & 0 & (R_4 + R_5) \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_3 - U_4 + U_5 \\ U_1 - U_2 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 10k\Omega & (200\Omega + 800\Omega) \\ (500\Omega + 1,5k\Omega) & 0 & (200\Omega + 800\Omega) \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4V - 6V + 20V \\ 10V - 40V + 20V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 10k\Omega & 1k\Omega \\ 2k\Omega & 0 & 1k\Omega \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10V \\ -10V \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Aufgabe

1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 10k\Omega & 1k\Omega \\ 2k\Omega & 0 & 1k\Omega \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt :

$$D = 0 \cdot \{0 \cdot [1] - 1k\Omega \cdot [-1]\} - [10k\Omega] \cdot \{2k\Omega \cdot [1] - 1k\Omega \cdot [-1]\} + 1k\Omega \cdot \{2k\Omega \cdot [-1] - 0 \cdot [-1]\}$$

$$= 0 - [10k\Omega] \cdot \{2k\Omega + 1k\Omega\} + 1k\Omega \cdot \{-2k\Omega\}$$

$$= 0 - [10k\Omega] \cdot \{3k\Omega\} + 1k\Omega \cdot \{-2k\Omega\}$$

$$= 0 - 30(k\Omega)^2 - 2(k\Omega)^2 = -32(k\Omega)^2 = -32 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}$$

1. Aufgabe

1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$D_1 = \begin{vmatrix} 10V & 10k\Omega & 1k\Omega \\ -10V & 0 & 1k\Omega \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 10V \cdot \{0 \cdot [1] - 1k\Omega \cdot [-1]\} - [-10V] \cdot \{10k\Omega \cdot [1] - 1k\Omega \cdot [-1]\} + 0 \\ &= 10V \cdot \{0 + 1k\Omega\} - [-10V] \cdot \{10k\Omega + 1k\Omega\} = 10V \cdot \{1k\Omega\} - [-10V] \cdot \{11k\Omega\} \\ &= 10k\Omega V + 110k\Omega V = 120k\Omega V = 120 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 0 & 10V & 1k\Omega \\ 2k\Omega & -10V & 1k\Omega \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= 0 - 2k\Omega \{10V \cdot [1] - 1k\Omega \cdot [0]\} + [-1] \cdot \{10V \cdot 1k\Omega - [-10V] \cdot 1k\Omega\} \\ &= -2k\Omega \{10V\} + [-1] \cdot \{10k\Omega V + 10k\Omega V\} = -2k\Omega \{10V\} + [-1] \cdot \{20k\Omega V\} \\ &= -20k\Omega V - 20k\Omega V = -40k\Omega V = -40 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 10k\Omega & 10V \\ 2k\Omega & 0 & -10V \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_3 &= 0 - 2k\Omega \{10k\Omega \cdot [0] - 10V \cdot [-1]\} + [-1] \cdot \{10k\Omega \cdot [-10V] - [-10V] \cdot 0\} \\ &= -2k\Omega \{-10V \cdot [-1]\} + [-1] \cdot \{10k\Omega \cdot [-10V]\} = -2k\Omega \{10V\} + [-1] \cdot \{-100k\Omega V\} \\ &= -20k\Omega + 100k\Omega V = 80k\Omega V = 80 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

1. Aufgabe

1.5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{120 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-32 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -3,75mA$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-40 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-32 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = 1,25mA$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{80 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-32 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -2,5mA$$

1. Aufgabe

1.6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$I_{R_1} = I_1 = -3,75mA$$

$$I_{R_2} = I_1 = -3,75mA$$

$$I_{R_3} = I_2 = 1,25mA$$

$$I_{R_4} = I_3 = -2,5mA$$

$$I_{R_5} = I_3 = -2,5mA$$

1.7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$U_{R_1} = I_{R_1} \cdot R_1 = -3,75mA \cdot 500\Omega = -1,875V$$

$$U_{R_2} = I_{R_2} \cdot R_2 = -3,75mA \cdot 1,5k\Omega = -5,625$$

$$U_{R_3} = I_{R_3} \cdot R_3 = 1,25mA \cdot 10k\Omega = 12,5V$$

$$U_{R_4} = I_{R_4} \cdot R_4 = -2,5mA \cdot 200\Omega = -0,5V = 500mV$$

$$U_{R_5} = I_{R_5} \cdot R_5 = -2,5mA \cdot 800\Omega = -2V$$

1.8. Bestimmen Sie die Leistungen P_{R_1} bis P_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$P_{R_1} = I_{R_1} \cdot U_{R_1} = -3,75mA \cdot (-1,875V) = 7,031mW$$

$$P_{R_2} = I_{R_2} \cdot U_{R_2} = -3,75mA \cdot (-5,625) = 21,09mW$$

$$P_{R_3} = I_{R_3} \cdot U_{R_3} = 1,25mA \cdot 12,5V = 15,63mW$$

$$P_{R_4} = I_{R_4} \cdot U_{R_4} = -2,5mA \cdot (-500mV) = 1,25mW$$

$$P_{R_5} = I_{R_5} \cdot U_{R_5} = -2,5mA \cdot (-2V) = 5mW$$

1. Aufgabe

1.9. Führen Sie die Probe für die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten B durch.

Masche 2

$$\begin{aligned}U_3 + U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\= 4V + 6V - 20V + 12,5V + (-0,5V) + (-2V) \\= 10V - 10V &= 0V\end{aligned}$$

Masche 3

$$\begin{aligned}-U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\= -10V + 40V - 20V + (-1,875V) + (-5,625V) + (-0,5V) + (-2V) \\= 10V - 10V &= 0V\end{aligned}$$

Knoten A

$$\begin{aligned}-I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\= -(-3,75mA) - 1,25mA + (-2,5mA) \\= 3,75mA - 3,75mA &= 0mA\end{aligned}$$