

Studentenmitteilung

1. Semester - WS 2006

Abt. Technische Informatik

Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 02-37 / JG 04-47

e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

www: <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske>

Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰

Datum: Dienstag, 7. November 2006

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

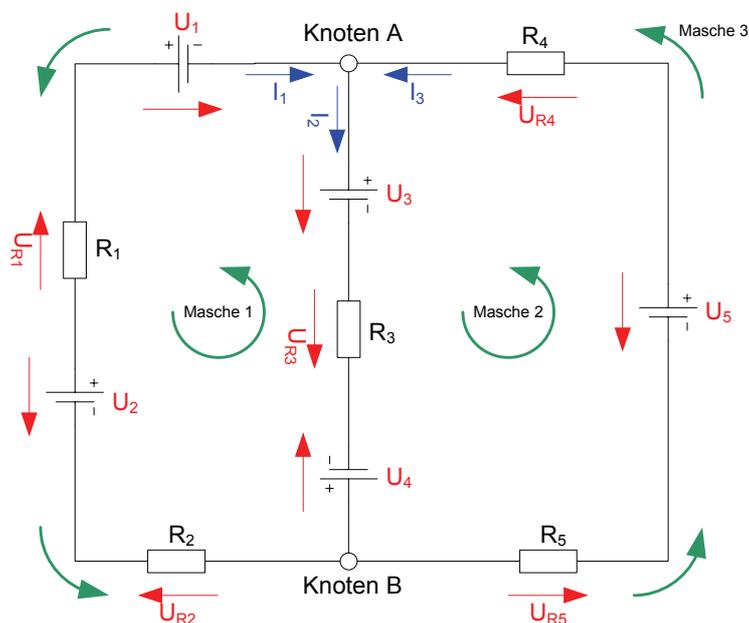
2. Aufgabenkomplex

Gleichspannungsnetzwerke

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:



Maschen: 1,2
Knoten: A

$R_1 = 1\text{k}\Omega$
 $R_2 = 1,5\text{k}\Omega$
 $R_3 = 12\text{k}\Omega$
 $R_4 = 4\text{k}\Omega$
 $R_5 = 6\text{k}\Omega$

$U_1 = 20\text{V}$
 $U_2 = 100\text{V}$
 $U_3 = 60\text{V}$
 $U_4 = 20\text{V}$
 $U_5 = 70\text{V}$

Das Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung der Ströme die durch die Widerstände fließen und die Spannungen die über die Widerstände abfallen. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die angegebenen Maschen und Knoten.

Verwenden Sie dabei die Determinantenmethode

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf. **4 Punkte**
2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf. **4 Punkte**
3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2. **5 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Determinanten. **8 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 . **3 Punkte**
6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**

Werden die Ergebnisse nicht mit der Determinantenmethode berechnet, so kommt es zu Punktabzügen..

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

- 1. In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
- 2. Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
- 3. Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.
Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.**
- 4. Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
- 5. Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
- 6. Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**
- 7. Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal)		
Zeichen	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta
Z	10^{21}	Zetta
E	10^{18}	Exa
P	10^{15}	Peta
T	10^{12}	Tera
G	10^9	Giga
M	10^6	Mega
k	10^3	Kilo
m	10^{-3}	Milli
μ	10^{-6}	Mikro
n	10^{-9}	Nano
p	10^{-12}	Piko
f	10^{-15}	Femto
a	10^{-18}	Atto
z	10^{-21}	Zepto
y	10^{-24}	Yokto
Weniger gebräuchlich nur zu Information		
h	10^2	Hekto
da	10^1	Deka
d	10^{-1}	Dezi
c	10^{-2}	Zenti

Umgang mit den Präfixen am Beispiel einer 4 stelligen Genauigkeit:

--- , - Präfix Maßeinheit

-- , -- Präfix Maßeinheit

-, --- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 + U_4 - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ U_3 - U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \end{aligned}$$

2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten B und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 + U_4 - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ U_3 - U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\ I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} &= +U_1 - U_2 + U_3 - U_4 \\ +U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= -U_3 + U_4 + U_5 \\ I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-R_1 - R_2) \cdot I_1 + (-R_3) \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 &= +U_1 - U_2 + U_3 - U_4 \\ 0 \cdot I_1 + (R_3) \cdot I_2 + (R_4 + R_5) \cdot I_3 &= -U_3 + U_4 + U_5 \\ I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie die Determinanten

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (-R_1 - R_2) & (-R_3) & 0 \\ 0 & R_3 & (R_4 + R_5) \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 + U_3 - U_4 \\ -U_3 + U_4 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (-1k\Omega - 1,5k\Omega) & (-12k\Omega) & 0\Omega \\ 0\Omega & (12k\Omega) & (4k\Omega + 6k\Omega) \\ +1 & -1 & +1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20V - 100V + 60V - 20V \\ -60V + 20V + 70V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2,5k\Omega & -12k\Omega & 0\Omega \\ 0\Omega & 12k\Omega & 10k\Omega \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -40V \\ 30V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} -2,5k\Omega & -12k\Omega & 0\Omega \\ 0\Omega & 12k\Omega & 10k\Omega \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt :

$$\begin{aligned} D &= [-2,5k\Omega] \cdot (12k\Omega \cdot 1 - 10k\Omega \cdot [-1]) - [-12k\Omega] \cdot (0\Omega \cdot 1 - 10k\Omega \cdot 1) + 0\Omega \cdot (0\Omega \cdot [-1] - 12k\Omega \cdot 1) \\ &= [-2,5k\Omega] \cdot (12k\Omega + 10k\Omega) + 12k\Omega \cdot (-10k\Omega) + 0\Omega \cdot (-12k\Omega \cdot 1) \\ &= [-2,5k\Omega] \cdot (22k\Omega) + 12k\Omega \cdot (-10k\Omega) + 0\Omega \\ &= -55(k\Omega)^2 - 120(k\Omega)^2 \\ &= -175 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2} \end{aligned}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -40V & -12k\Omega & 0\Omega \\ 30V & 12k\Omega & 10k\Omega \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_1 &= [-40V] \cdot (12k\Omega \cdot 1 - 10k\Omega \cdot [-1]) - 30V \cdot (-12k\Omega \cdot 1 - 0\Omega \cdot [-1]) + 0 \\ &= [-40V] \cdot (22k\Omega) - 30V \cdot (-12k\Omega) + 0 \\ &= -880k\Omega V + 360k\Omega V + 0 \\ &= -520 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} -2,5k\Omega & -40V & 0\Omega \\ 0\Omega & 30V & 10k\Omega \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der zweiten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_2 &= -[-40V \cdot (0\Omega \cdot 1 - 10k\Omega \cdot 1) - 30V \cdot (-2,5k\Omega \cdot 1 - 0\Omega \cdot 1) + 0] \\ &= 40V \cdot (-10k\Omega) + 30V \cdot (-2,5k\Omega) + 0 \\ &= -400k\Omega V - 75k\Omega V \\ &= -475 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} -2,5k\Omega & -12k\Omega & -40V \\ 0\Omega & 12k\Omega & 30V \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

nach der dritten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_3 &= -40V \cdot (0\Omega \cdot [-1] - 12k\Omega \cdot 1) - 30V \cdot ([-2,5k\Omega] \cdot [-1] - [-12k\Omega] \cdot 1) + 0 \\ &= -40V \cdot (-12k\Omega) - 30V \cdot (2,5k\Omega + 12k\Omega) + 0 \\ &= 480k\Omega V - 435k\Omega V \\ &= 45 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-520 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-175 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = 2,971 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-475 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-175 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = 2,714 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{+45 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-175 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -0,2571 \text{ mA} = -257,1 \mu\text{A}$$

6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$I_{R1} = I_1 = 2,971 \text{ mA}$$

$$I_{R2} = I_1 = 2,971 \text{ mA}$$

$$I_{R3} = I_2 = 2,714 \text{ mA}$$

$$I_{R4} = I_3 = -257,1 \mu\text{A}$$

$$I_{R5} = I_3 = -257,1 \mu\text{A}$$

Probe:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ &= 2,971 \text{ mA} - 2,714 \text{ mA} + [-257,1 \mu\text{A}] \\ &= 2,971 \text{ mA} - 2,971 \text{ mA} = -0,001 \text{ mA} \approx 0 \end{aligned}$$

Bei den Abweichungen handelt es sich um Rundungsfehler

7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R6} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = 2,971 \text{ mA} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 2,971 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 2,971 \text{ mA} \cdot 1,5 \text{ k}\Omega = 4,457 \text{ V}$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 2,714 \text{ mA} \cdot 12 \text{ k}\Omega = 32,57 \text{ V}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = -257,1 \mu\text{A} \cdot 4 \text{ k}\Omega = -1,028 \text{ V}$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = -257,1 \mu\text{A} \cdot 6 \text{ k}\Omega = -1,543 \text{ V}$$

Probe: *nicht gefordert!*

$$-U_1 + U_2 - U_3 + U_4 - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} = 0$$

$$= -20 \text{ V} + 100 \text{ V} - 60 \text{ V} + 20 \text{ V} - 2,971 \text{ V} - 4,457 \text{ V} - 32,57 \text{ V}$$

$$= 40 \text{ V} - 39,998 \text{ V} = 0,002 \text{ V} \approx 0 \text{ V}$$

$$U_3 - U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

$$= 60 \text{ V} - 20 \text{ V} - 70 \text{ V} + 32,57 \text{ V} - 1,028 \text{ V} - 1,543 \text{ V}$$

$$= -30 \text{ V} + 29,999 \text{ V} = -0,001 \text{ V} \approx 0 \text{ V}$$

Bei den Abweichungen handelt es sich um Rundungsfehler