

Studentenmitteilung

1. Semester - WS 2002

Abt. Technische Informatik
 Gerätebeauftragter
 Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
 Tel.: [49]-0341-97 32213
 Zimmer: HG 02-37
 e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
 www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>
 Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰

Datum: 15. November 2002

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

2. Aufgabenkomplex Gleichspannungsnetzwerke

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

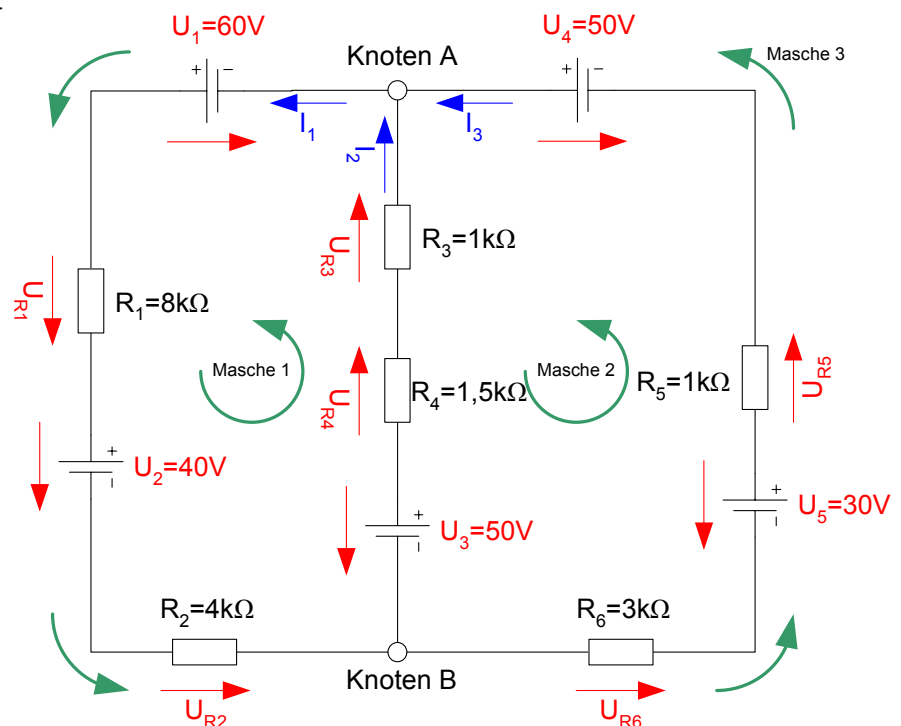
Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:

Maschen: 1,3
 Knoten: A

$R_1 = 8\text{k}\Omega$
 $R_2 = 4\text{k}\Omega$
 $R_3 = 1\text{k}\Omega$
 $R_4 = 1,5\text{k}\Omega$
 $R_5 = 1\text{k}\Omega$
 $R_6 = 3\text{k}\Omega$

$U_1 = 60\text{V}$
 $U_2 = 40\text{V}$
 $U_3 = 50\text{V}$
 $U_4 = 50\text{V}$
 $U_5 = 30\text{V}$



Das Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung der Ströme I_{R_1} bis I_{R_6} , die durch die Widerstände R_1 bis R_6 fließen und die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_6} , die über die Widerstände R_1 bis R_6 abfallen. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten A.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf. **4 Punkte**
2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf. **4 Punkte**
3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten A und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2. **5 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Determinanten **8 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 . **3 Punkte**
6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_6} durch die Widerstände R_1 bis R_6 . **3 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_6} über die Widerstände R_1 bis R_6 . **3 Punkte**

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

Die Werte sind auf 3 Stellen genau zu berechnen.

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

- 1. In allen Formeln sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
- 2. Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
- 3. Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.
Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.**
- 4. Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
- 5. Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
- 6. Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**
- 7. Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal)		
Zeichen	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta
Z	10^{21}	Zetta
E	10^{18}	Exa
P	10^{15}	Peta
T	10^{12}	Tera
G	10^9	Giga
M	10^6	Mega
k	10^3	Kilo
m	10^{-3}	Milli
μ	10^{-6}	Mikro
n	10^{-9}	Nano
p	10^{-12}	Piko
f	10^{-15}	Femto
a	10^{-18}	Atto
z	10^{-21}	Zepto
y	10^{-24}	Yokto
Weniger gebräuchlich nur zu Information		
h	10^2	Hekto
da	10^1	Deka
d	10^{-1}	Dezi
c	10^{-2}	Zenti

Umgang mit den Präfixen am Beispiel einer 4 stelligen Genauigkeit:

--- , - Präfix Maßeinheit

-- , -- Präfix Maßeinheit

-, --- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

:

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} &= 0 \\ -U_1 + U_2 - U_4 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R5} + U_{R6} &= 0 \end{aligned}$$

2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten A und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} &= 0 \\ -U_1 + U_2 - U_4 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R5} + U_{R6} &= 0 \\ -I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} &= U_1 - U_2 + U_3 \\ U_{R1} + U_{R2} + U_{R5} + U_{R6} &= +U_1 - U_2 + U_4 + U_5 \\ -I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2)I_1 + (R_3 + R_4)I_2 + & 0 \cdot I_3 = U_1 - U_2 + U_3 \\ (R_1 + R_2)I_1 + 0 \cdot I_2 + & (R_5 + R_6)I_3 = +U_1 - U_2 + U_4 + U_5 \\ -I_1 + I_2 + & I_3 = 0 \end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie die Determinanten

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_2) & (R_3 + R_4) & 0 \\ (R_1 + R_2) & 0 & (R_5 + R_6) \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 + U_3 \\ U_1 - U_2 + U_4 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (8k\Omega + 4k\Omega) & (1k\Omega + 1,5k\Omega) & 0k\Omega \\ (8k\Omega + 4k\Omega) & 0k\Omega & (1k\Omega + 3k\Omega) \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60V - 40V + 50V \\ 60V - 40V + 50V + 30V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12k\Omega & 2,5k\Omega & 0k\Omega \\ 12k\Omega & 0k\Omega & 4k\Omega \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70V \\ 100V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 12k\Omega & 2,5k\Omega & 0k\Omega \\ 12k\Omega & 0k\Omega & 4k\Omega \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D = 12k\Omega \cdot (0k\Omega \cdot 1 - 4k\Omega \cdot 1) - 12k\Omega \cdot (2,5k\Omega \cdot 1 - 0k\Omega \cdot 1) + (-1) \cdot (2,5k\Omega \cdot 4k\Omega - 0k\Omega \cdot 0k\Omega)$$

$$= 12k\Omega \cdot (-4k\Omega \cdot 1) - 12k\Omega \cdot (2,5k\Omega) + (-1) \cdot (2,5k\Omega \cdot 4k\Omega)$$

$$= -48[k\Omega]^2 - 30[k\Omega]^2 - 10[k\Omega]^2 = -88[k\Omega]^2 = -88 \frac{MV^2}{A^2}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 70V & 2,5k\Omega & 0k\Omega \\ 100V & 0k\Omega & 4k\Omega \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 70V \cdot (0k\Omega \cdot 1 - 4k\Omega \cdot 1) - 100V \cdot (2,5k\Omega \cdot 1 - 0k\Omega \cdot 1) + 0 \\ &= 70V \cdot (-4k\Omega \cdot 1) - 100V \cdot (2,5k\Omega) \\ &= -280k\Omega V - 250k\Omega V = -530k\Omega V = -530 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 12k\Omega & 70V & 0k\Omega \\ 12k\Omega & 100V & 4k\Omega \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= 12k\Omega \cdot (100V \cdot 1 - 4k\Omega \cdot 0) - 12k\Omega \cdot (70V \cdot 1 - 0k\Omega \cdot 0) + (-1)(4k\Omega \cdot 70V - 0k\Omega \cdot 100V) \\ &= 12k\Omega \cdot (100V) - 12k\Omega \cdot (70V \cdot 1) + (-1)(4k\Omega \cdot 70V) \\ &= 1200k\Omega V - 840k\Omega V - 280k\Omega V \\ &= 80k\Omega V = 80 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 12k\Omega & 2,5k\Omega & 70V \\ 12k\Omega & 0k\Omega & 100V \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D &= 12k\Omega \cdot (0k\Omega \cdot 0 - 100V \cdot 1) - 12k\Omega \cdot (2,5k\Omega \cdot 0 - 70V \cdot 1) + (-1)(2,5k\Omega \cdot 100V - 70V \cdot 0k\Omega) \\ &= 12k\Omega \cdot (-100V \cdot 1) - 12k\Omega \cdot (-70V \cdot 1) + (-1)(2,5k\Omega \cdot 100V) \\ &= -1200k\Omega V + 840k\Omega V - 250k\Omega V \\ &= -610k\Omega V = -610 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-530 \frac{kV^2}{A}}{-88 \frac{MV^2}{A^2}} = 6,02mA$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{80 \frac{kV^2}{A}}{-88 \frac{MV^2}{A^2}} = -0,909mA = -909\mu A$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-610 \frac{kV^2}{A}}{-88 \frac{MV^2}{A^2}} = 6,93mA$$

6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R6} durch die Widerstände R_1 bis R_6 .

$$I_{R1} = I_1 = 6,02mA$$

$$I_{R2} = I_1 = 6,02mA$$

$$I_{R3} = I_2 = -909\mu A$$

$$I_{R4} = I_2 = -909\mu A$$

$$I_{R5} = I_3 = 6,93mA$$

$$I_{R6} = I_3 = 6,93mA$$

Probe :

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$= -6,02mA - 909\mu A + 6,93mA = -6,929mA + 6,93mA = 0,001 \approx 0$$

7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R6} über die Widerstände R_1 bis R_6 .

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = 6,02mA \cdot 8k\Omega = 48,2V$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 6,02mA \cdot 4k\Omega = 24,1V$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = -909\mu A \cdot 1k\Omega = -0,909V = -909mV$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = -909\mu A \cdot 1,5k\Omega = -1,36V$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = 6,93mA \cdot 1k\Omega = 6,93V$$

$$U_{R6} = I_{R6} \cdot R_6 = 6,93mA \cdot 3k\Omega = 20,79V$$

Probe :

$$\begin{aligned} & -U_1 + U_2 - U_3 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} = 0 \\ & -60V + 40V - 50V + 48,2V + 24,1V - 0,909V - 1,36V \\ & = -70V + 69,931V = 0,969V \approx 0V \\ & -U_1 + U_2 - U_4 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R5} + U_{R6} = 0 \\ & = -60 + 40 - 50 - 30 + 48,2V + 24,1V + 6,93V + 20,79V \\ & = -100V + 100,02V = 0,02V \approx 0V \end{aligned}$$