UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 05-22
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
www: http://tipc023.informatik.uni-eipzig.de/~lieske/

Studentenmitteilung

1. Semester - WS 2000/2001

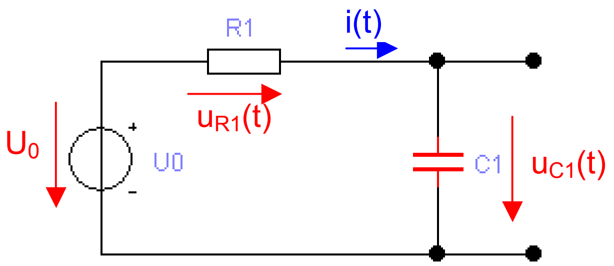
Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Schaltverhalten eines RC-Tiefpasses

Gegeben ist folgende Schaltung:

$u_{C1}(t) = 100V$ für $t=693\mu s$
$U_0 = 200V$
$R_1 = 2k\Omega$



Im Anfangszustand ist der Kondensator entladen. Im Anfangszustand ist die Spannungsquelle auf 0V. Zum Zeitpunkt t=0 wird die Spannung U_0 eingeschaltet. Nach der Zeit t stellt sich die Spannung $u_C(t)$ ein.

Das Ziel der Aufgabe ist die Berechnung der Zeitkonstante τ und der Kondensator des RC Tiefpasses.

Aufgaben: **(Gesamtpunktzahl=10 Punkte)**

1. Wie lautet die mathematische Funktion für den Spannungsverlauf am Kondensator? **(1 Punkt)**
2. Wie lautet die mathematische Funktion für den Stromverlauf am Kondensator? **(1 Punkt)**
3. Wie hoch ist der Einschaltstrom $I_0=i(t_0)$ zum Zeitpunkt t=0 bei der obigen Schaltung? **(2 Punkte)**
4. Welchen Wert hat die Zeitkonstante τ, wenn nach $693\mu s$ eine Spannung von 100V am Kondensator anliegt? **(2 Punkte)**
5. Wie hoch ist der Wert des Kondensators? **(2 Punkte)**
6. Wie hoch ist der Strom i(t) zum Zeitpunkt $t=693\mu s$ bei der obigen Schaltung? **(2 Punkte)**

Beachte: Zum Zeitpunkt des Einschaltens ist der Kondensator entladen, d.h. er stellt einen Kurzschluß dar.

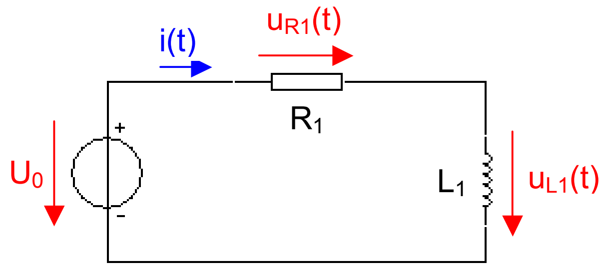
Berechnung der Werte auf 4 Stellen genau.

3. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Schaltverhalten eines RL-Hochpasses

Gegeben ist folgende Schaltung:

$u_{L1}(t) = 50V$ für $t=100\mu s$
$U_0 = 100V$
$L_1 = 577{,}2mH$



Im Anfangszustand ist die Spannungsquelle auf 0V. Zum Zeitpunkt t=0 wird die Spannung U_0 eingeschaltet. Nach der Zeit t hat die Spannung $u_{L1}(t)$ den halben Wert.

Das Ziel der Aufgabe ist die Berechnung der Zeitkonstante τ und der Widerstand R_1 des RL Hochpasses.

Aufgaben: **(Gesamtpunktzahl=10 Punkte)**

1. Wie lautet die mathematische Funktion für den Spannungsverlauf an der Induktivität? **(1 Punkte)**
2. Wie lautet die mathematische Funktion für den Stromverlauf an der Induktivität **(1 Punkte)**
3. Wie hoch ist der Einschaltstrom $i(t_0)$ zum Zeitpunkt t=0 bei der obigen Schaltung? **(2 Punkte)**
4. Welchen Wert hat die Zeitkonstante τ, wenn nach $100\mu s$ eine Spannung von 50V an der Induktivität anliegt? **(2 Punkte)**
5. Wie hoch ist der Wert des Widerstandes R_1? **(2 Punkte)**
6. Wie hoch ist der Strom i(t) zum Zeitpunkt $t=100\mu s$ bei der obigen Schaltung? **(2 Punkte)**

Beachte: Zum Zeitpunkt des Einschaltens stellt die Induktivität einen unendlichen Widerstand dar.

Berechnung der Werte auf 4 Stellen genau.

Formeln:

$$\tau = R \cdot C = \frac{L}{R}$$

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

1. **In allen Formeln sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
2. **Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden.**
3. **Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
4. **Die Aufaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
5. **Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zu Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal)		
Zeichen	**Faktor**	**Bezeichnung**
Y	10^{24}	Yotta
Z	10^{21}	Zetta
E	10^{18}	Exa
P	10^{15}	Peta
T	10^{12}	Tera
G	10^{9}	Giga
M	10^{6}	Mega
k	10^{3}	Kilo
m	10^{-3}	Milli
µ	10^{-6}	Mikro
n	10^{-9}	Nano
p	10^{-12}	Piko
f	10^{-15}	Femto
a	10^{-18}	Atto
z	10^{-21}	Zepto
y	10^{-24}	Yocto
	Nur zur Information	
d	10^{-1}	Dezi
c	10^{-2}	Zenti

Lösung

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Schaltverhalten eines RC-Tiefpasses

1. Wie lautet die mathematische Funktion für den Spannungsverlauf am Kondensator?

$$u_{C1}(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad mit \quad \tau = R_1 \cdot C_1$$

2. Wie lautet die mathematische Funktion für den Stromverlauf am Kondensator?

$$Wenn\, Masche\, im\, Uhrzeiger \sin n, dann\, gilt: \quad -U_0 + u_{R1}(t) + u_{C1}(t) = 0$$

$$U_0 = u_{R1}(t) + u_{C1}(t) = u_{R1}(t) + U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad mit \quad \tau = R_1 \cdot C_1$$

Für den Widerstand gilt:

$$u_{R1}(t) = i(t) \cdot R_1 = U_0 - u_{C1}(t) = U_0 - U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u_{R1}(t) = U_0 - U_0 + U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = i(t) \cdot R_1$$

$$i(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad mit \quad I_0 = \frac{U_0}{R_1} \quad und \quad \tau = R_1 \cdot C_1$$

3. Wie hoch ist der Einschaltstrom $I_0=i(t_0)$ zum Zeitpunkt t=0 bei der obigen Schaltung?

$$i(0) = \frac{U_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = \frac{U_0}{R_1} \cdot 1 = I_0 \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = I_0 \cdot 1$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1}$$

$$I_0 = \frac{200V}{2k\Omega} = \frac{200V}{2k\frac{V}{A}} = \frac{200}{2} mA = 100mA$$

4. Welchen Wert hat die Zeitkonstante τ, wenn nach 693µs eine Spannung von 100V am Kondensator anliegt?

$$u_{C1}(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad mit \quad \tau = R_1 \cdot C_1$$

$$\frac{u_{C1}(t)}{U_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{u_{C1}(t)}{U_0}$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{u_{C1}(t)}{U_0}\right)$$

$$\tau = -\frac{t}{\ln\left(1 - \frac{u_{C1}(t)}{U_0}\right)}$$

$$\tau = -\frac{693\mu s}{\ln\left(1 - \frac{100V}{200V}\right)} = -\frac{693\mu s}{\ln(1-0{,}5)} = -\frac{693\mu s}{\ln(0{,}5)} = -\frac{693\mu s}{-0{,}6931} = 999{,}9\mu s \approx 1ms$$

5. Wie hoch ist der Wert des Kondensators?

$$\tau = R_1 \cdot C_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{\tau}{R_1}$$

$$C_1 = \frac{999{,}9\mu s}{2k\Omega} = \frac{999{,}9\mu s}{2k\frac{V}{A}} = \frac{999{,}9}{2}\frac{nAs}{V} = 499{,}95nF \approx 500nF$$

6. Wie hoch ist der Strom i(t) zum Zeitpunkt t=693µs bei der obigen Schaltung?

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad mit \quad I_0 = \frac{U_0}{R_1} \quad und \quad \tau = R_1 \cdot C_1$$

$$i(t) = 100mA \cdot e^{-\frac{693\mu s}{999{,}9\mu s}} = 100mA \cdot e^{-0{,}6931} = 100mA \cdot 0{,}5000 = 50mA$$

3. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Schaltverhalten eines RL-Hochpasses

1. Wie lautet die mathematische Funktion für den Spannungsverlauf an der Induktivität?

$$u_{L1}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad mit \quad \tau = \frac{L_1}{R_1}$$

2. Wie lautet die mathematische Funktion für den Stromverlauf an der Induktivität

$$Wenn\,Masche\,im\,Uhrzeiger\sin n, dann\,gilt: \quad -U_0 + u_{R1}(t) + u_{L1}(t) = 0$$

$$U_0 = u_{R1}(t) + u_{L1}(t) = u_{R1}(t) + U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad mit \quad \tau = \frac{L_1}{R_1}$$

Für den Widerstand gilt: $u_{R1}(t) = i(t) \cdot R_1 = U_0 - u_{L1}(t) = U_0 - U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$u_{R1}(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = i(t) \cdot R_1$$

$$i(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

3. Wie hoch ist der Einschaltstrom $i(t_0)$ zum Zeitpunkt t=0 bei der obigen Schaltung?

$$i(0) = \frac{U_0}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}\right) = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}\right) = I_0 \cdot (1-1) = I_0 \cdot 0 = 0$$

4. Welchen Wert hat die Zeitkonstante τ, wenn nach 100µs eine Spannung von 50V an der Induktivität anliegt?

$$u_{L1}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad mit \quad \tau = \frac{L_1}{R_1}$$

$$\frac{u_{L1}(t)}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \ln\left(\frac{u_{L1}(t)}{U_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \qquad \tau = -\frac{t}{\ln\left(\frac{u_{L1}(t)}{U_0}\right)}$$

$$\tau = -\frac{100\mu s}{\ln\left(\frac{50V}{100V}\right)} = -\frac{100\mu s}{\ln 0{,}5} = -\frac{100\mu s}{-0{,}6931} = 144{,}3\mu s$$

5. Wie hoch ist der Wert des Widerstandes R_1?

$$\tau = \frac{L_1}{R_1} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{L_1}{\tau}$$

$$R_1 = \frac{577{,}2mH}{144{,}3\mu s} = \frac{577{,}2}{144{,}3}\frac{\frac{mVs}{A}}{\mu s} = \frac{577{,}2}{144{,}3}\frac{kV}{A} = 4k\Omega$$

6. Wie hoch ist der Strom i(t) zum Zeitpunkt t=100µs bei der obigen Schaltung?

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1}$$

$$I_0 = \frac{100V}{4k\Omega} = \frac{100V}{4k\frac{V}{A}} = \frac{100}{4}mA = 25mA$$

Hier ist I_0 der Strom der fließt, wenn $T \to \infty$ geht!

$$i(t) = \frac{U_0}{R_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i(t) = 25mA \cdot \left(1 - e^{-\frac{100\mu s}{144{,}3\mu s}}\right) = 25mA \cdot \left(1 - e^{-0{,}693}\right) = 25mA \cdot (1 - 0{,}5) = 25mA \cdot 0{,}5 = 12{,}5mA$$