

Aufgaben zum Fach Technische Informatik

1. Semester / Wintersemester 1998/99

Aufgabe 1.6. - Amplitudenverhalten von RC-Hoch- und Tiefpässen

Aufgabe 1.6.1. Tiefpaß

Gegeben ist folgende Schaltung:

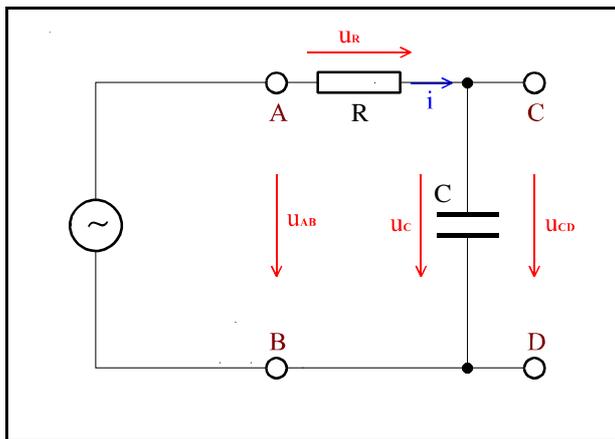


Abb. 1

$$U_{AB} = 4V$$

$$R = 1,5k\Omega$$

$$C = 100nF$$

$$f_1 = 100Hz$$

$$f_2 = 1kHz$$

$$f_3 = 10kHz$$

Der Inhalt der Aufgabe ist die Untersuchung des Amplituden- und Phasenverhaltens eines RC-Tiefpasses mittels eines Sinusgenerators.

Bemerkung:

Die Wechselströme und -spannungen liegen in folgender Form vor $u_i = U_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ und $i_k = I_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$

Alle berechneten Größen sind Scheinwerte.

z.B.: U_i, I_k

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1 , T_2 für f_2 , T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1 , ω_2 und ω_3 .
- Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1} , X_{C2} und X_{C3} sowie Z_{C1} , Z_{C2} und Z_{C3} .
- Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1} , U_{CD2} und U_{CD3} .
- Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Widerstand für die verschiedenen Frequenzen U_{R1} , U_{R2} und U_{R3} .
- Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1 , I_2 und I_3 .
- Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

Lösungen:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1 , T_2 für f_2 , T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1 , ω_2 und ω_3 .

$$\mathbf{T = 1/f}$$

$$T_1 = 1/f_1$$

$$= 1/100 \text{ Hz} = 0,01 \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

$$T_2 = 1/f_2$$

$$= 1/1 \text{ kHz} = 0,001 \text{ s} = 1 \text{ ms}$$

$$T_3 = 1/f_3$$

$$= 1/10 \text{ kHz} = 0,001 \text{ s} = 100 \mu\text{s}$$

$$\mathbf{\omega = 2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 628,319 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f_2 = 2 \cdot \pi \cdot 1 \text{ kHz} = 6,28319 \text{ (ms)}^{-1}$$

$$\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot f_3 = 2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 62,8319 \text{ (ms)}^{-1}$$

2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1} , X_{C2} und X_{C3} sowie Z_{C1} , Z_{C2} und Z_{C3} .

$$\mathbf{X_C = -1/\omega C}$$

$$X_{C1} = -1/\omega_1 \cdot C = -1/628,319 \text{ s}^{-1} \cdot 100 \text{ nF} = -1/62,831 \mu\text{A/V} = -15,9155 \text{ k}\Omega$$

$$X_{C2} = -1/\omega_2 \cdot C = -1/6,28319 \text{ (ms)}^{-1} \cdot 100 \text{ nF} = -1/628,31 \mu\text{A/V} = -1,59155 \text{ k}\Omega$$

$$X_{C3} = -1/\omega_3 \cdot C = -1/62,8319 \text{ (ms)}^{-1} \cdot 100 \text{ nF} = -1/6,2831 \text{ mA/V} = -159,155 \Omega$$

$$\mathbf{Z_C = (R_C^2 + X_C^2)^{1/2}} \text{ da } R_C=0 \text{ folgt } \mathbf{Z_C = |X_C|}$$

$$Z_{C1} = 15,9155 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{C2} = 1,59155 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{C3} = 159,155 \Omega$$

2. Bestimmen Sie die Scheinwiderstände für den Reihenschaltung von Kondensator und Widerstand für die verschiedenen Frequenzen sowie Z_{RC1} , Z_{RC2} und Z_{RC3} .

$$\mathbf{Z_{RC} = (R^2 + X_C^2)^{1/2}}$$

$$Z_{RC1} = (R^2 + X_{C1}^2)^{1/2} = (1,5 \text{ k}\Omega^2 + 15,9155 \text{ k}\Omega^2)^{1/2} = (2,25 \cdot 10^6 + 253,303 \cdot 10^6)^{1/2} = (255,553 \cdot 10^6)^{1/2} = 15,9860 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{RC2} = (R^2 + X_{C2}^2)^{1/2} = (1,5 \text{ k}\Omega^2 + 1,59155 \text{ k}\Omega^2)^{1/2} = (2,25 \cdot 10^6 + 2,53303 \cdot 10^6)^{1/2} = (4,78303 \cdot 10^6)^{1/2} = 2,18701 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{RC3} = (R^2 + X_{C3}^2)^{1/2} = (1,5k\Omega^2 + 159,155 \Omega^2)^{1/2} = (2,25 \cdot 10^6 + 0,0253 \cdot 10^6)^{1/2} = (2,2753 \cdot 10^6)^{1/2} = 1,5084 k\Omega$$

3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1} , U_{CD2} und U_{CD3} .

$$U_{AB} / U_{CD} = Z_{RC} / Z_C \quad \Rightarrow \quad U_{CD} = (Z_C / Z_{RC}) \cdot U_{AB}$$

$$U_{CD1} = (Z_{C1} / Z_{RC1}) \cdot U_{AB1} = (15,9155 k\Omega / 15,9860 k\Omega) \cdot 4V = 0,99559 \cdot 4V = 3,9823 V$$

$$U_{CD2} = (Z_{C2} / Z_{RC2}) \cdot U_{AB2} = (1,59155 k\Omega / 2,18701 k\Omega) \cdot 4V = 0,72773 \cdot 4V = 2,9109 V$$

$$U_{CD3} = (Z_{C3} / Z_{RC3}) \cdot U_{AB3} = (159,155 \Omega / 1,5084 k\Omega) \cdot 4V = 0,10551 \cdot 4V = 0,4220 V$$

4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Widerstand für die verschiedenen Frequenzen U_{R1} , U_{R2} und U_{R3} .

$$U_{AB} = U_R + U_{CD} \quad \Rightarrow \quad U_R = U_{AB} - U_{CD}$$

$$U_{R1} = U_{AB1} - U_{CD1} = 4V - 3,9823 V = 0,0177 V$$

$$U_{R2} = U_{AB2} - U_{CD2} = 4V - 2,9109 V = 1,0891 V$$

$$U_{R3} = U_{AB3} - U_{CD3} = 4V - 0,4220 V = 3,5780 V$$

5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1 , I_2 und I_3 .

Durch den Kondensator fließt der gleiche Strom, wie durch den Widerstand.

$$I = I_R = U_R / R$$

$$I_{R1} = U_{R1} / R = 0,0177 V / 1,5 k\Omega = 11,8 \mu A$$

$$I_{R2} = U_{R2} / R = 1,0891 V / 1,5 k\Omega = 726,07 \mu A$$

$$I_{R3} = U_{R3} / R = 3,5780 V / 1,5 k\Omega = 2,385 \mu A$$

6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

$$V_U = U_{CD} / U_{AB}$$

$$V_{U1} = U_{CD1} / U_{AB} = 3,9823 V / 4V = 0,9956$$

$$V_{U2} = U_{CD2} / U_{AB} = 2,9109 V / 4V = 0,7277$$

$$V_{U3} = U_{CD3} / U_{AB} = 0,4220 V / 4V = 0,1055$$

Aufgabe 1.6.1. Hochpaß

Gegeben ist folgende Schaltung:

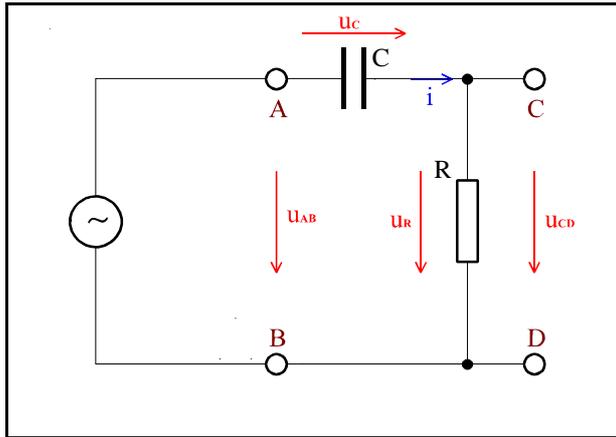


Abb. 2

$$U_{AB} = 4V$$

$$R = 1,5k\Omega$$

$$C = 100nF$$

$$f_1 = 100Hz$$

$$f_2 = 1kHz$$

$$f_3 = 10kHz$$

Der Inhalt der Aufgabe ist die Untersuchung des Amplituden- und Phasenverhaltens eines RC-Tiefpasses mittels eines Sinusgenerators.

Bemerkung:

Die Wechselströme und -spannungen liegen in folgender Form vor $u_i = U_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ und $i_k = I_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$

Alle berechneten Größen sind Scheinwerte.

z.B.: U_i, I_k

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1 , T_2 für f_2 , T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1 , ω_2 und ω_3 .
2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1} , X_{C2} und X_{C3} sowie Z_{C1} , Z_{C2} und Z_{C3} .
3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1} , U_{CD2} und U_{CD3} .
4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen U_{R1} , U_{R2} und U_{R3} .
5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1 , I_2 und I_3 .
6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

Lösungen:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1 , T_2 für f_2 , T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1 , ω_2 und ω_3 .

$$\mathbf{T = 1/f}$$

$$T_1 = 1/f_1$$

$$= 1/100 \text{ Hz} = 0,01 \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

$$T_2 = 1/f_2$$

$$= 1/1 \text{ kHz} = 0,001 \text{ s} = 1 \text{ ms}$$

$$T_3 = 1/f_3$$

$$= 1/10 \text{ kHz} = 0,001 \text{ s} = 100 \mu\text{s}$$

$$\mathbf{\omega = 2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 628,319 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f_2 = 2 \cdot \pi \cdot 1 \text{ kHz} = 6,28319 \text{ (ms)}^{-1}$$

$$\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot f_3 = 2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 62,8319 \text{ (ms)}^{-1}$$

2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1} , X_{C2} und X_{C3} sowie Z_{C1} , Z_{C2} und Z_{C3} .

$$\mathbf{X_C = -1/\omega C}$$

$$X_{C1} = -1/\omega_1 \cdot C = -1/628,319 \text{ s}^{-1} \cdot 100 \text{ nF} = -1/62,831 \mu\text{A/V} = -15,9155 \text{ k}\Omega$$

$$X_{C2} = -1/\omega_2 \cdot C = -1/6,28319 \text{ (ms)}^{-1} \cdot 100 \text{ nF} = -1/628,31 \mu\text{A/V} = -1,59155 \text{ k}\Omega$$

$$X_{C3} = -1/\omega_3 \cdot C = -1/62,8319 \text{ (ms)}^{-1} \cdot 100 \text{ nF} = -1/6,2831 \text{ mA/V} = -159,155 \Omega$$

$$\mathbf{Z_C = (R_C^2 + X_C^2)^{1/2}} \text{ da } R_C=0 \text{ folgt } \mathbf{Z_C = |X_C|}$$

$$Z_{C1} = 15,9155 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{C2} = 1,59155 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{C3} = 159,155 \Omega$$

2. Bestimmen Sie die Scheinwiderstände für den Reihenschaltung von Kondensator und Widerstand für die verschiedenen Frequenzen sowie Z_{RC1} , Z_{RC2} und Z_{RC3} .

$$\mathbf{Z_{RC} = (R^2 + X_C^2)^{1/2}}$$

$$Z_{RC1} = (R^2 + X_{C1}^2)^{1/2} = (1,5 \text{ k}\Omega^2 + 15,9155 \text{ k}\Omega^2)^{1/2} = (2,25 \cdot 10^6 + 253,303 \cdot 10^6)^{1/2} = (255,553 \cdot 10^6)^{1/2} = 15,9860 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{RC2} = (R^2 + X_{C2}^2)^{1/2} = (1,5 \text{ k}\Omega^2 + 1,59155 \text{ k}\Omega^2)^{1/2} = (2,25 \cdot 10^6 + 2,53303 \cdot 10^6)^{1/2} = (4,78303 \cdot 10^6)^{1/2} = 2,18701 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{RC3} = (R^2 + X_{C3}^2)^{1/2} = (1,5\text{k}\Omega^2 + 159,155\ \Omega^2)^{1/2} = (2,25 \cdot 10^6 + 0,0253 \cdot 10^6)^{1/2} = (2,2753 \cdot 10^6)^{1/2} = 1,5084\ \text{k}\Omega$$

3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1} , U_{CD2} und U_{CD3} .

$$U_{AB} / U_{CD} = Z_{RC} / Z_R \quad \Rightarrow \quad U_{CD} = (Z_R / Z_{RC}) \cdot U_{AB}$$

und $Z_R = R$ da reelles Bauelement

$$U_{CD1} = (Z_{C1} / Z_{RC1}) \cdot U_{AB1} = (1,5\ \text{k}\Omega / 15,9860\ \text{k}\Omega) \cdot 4\text{V} = 0,0938 \cdot 4\text{V} = 0,3753\ \text{V}$$

$$U_{CD2} = (Z_{C2} / Z_{RC2}) \cdot U_{AB2} = (1,5\ \text{k}\Omega / 2,18701\ \text{k}\Omega) \cdot 4\text{V} = 0,6858 \cdot 4\text{V} = 2,7434\ \text{V}$$

$$U_{CD3} = (Z_{C3} / Z_{RC3}) \cdot U_{AB3} = (1,5\ \text{k}\Omega / 1,5084\ \text{k}\Omega) \cdot 4\text{V} = 0,9944 \cdot 4\text{V} = 3,9777\ \text{V}$$

4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen U_{C1} , U_{C2} und U_{C3} .

$$U_{AB} = U_C + U_{CD} \quad \Rightarrow \quad U_C = U_{AB} - U_{CD}$$

$$U_{C1} = U_{AB1} - U_{CD1} = 4\text{V} - 0,3753\ \text{V} = 3,6247\ \text{V}$$

$$U_{C2} = U_{AB2} - U_{CD2} = 4\text{V} - 2,7434\ \text{V} = 1,2566\ \text{V}$$

$$U_{C3} = U_{AB3} - U_{CD3} = 4\text{V} - 3,9777\ \text{V} = 0,0223\ \text{V}$$

5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1 , I_2 und I_3 .

Durch den Kondensator fließt der gleiche Strom, wie durch den Widerstand.

$$I = I_R = U_R / R = U_{CD} / R$$

$$I_{R1} = U_{R1} / R = 0,3753\ \text{V} / 1,5\ \text{k}\Omega = 25,02\ \mu\text{A}$$

$$I_{R2} = U_{R2} / R = 2,7434\ \text{V} / 1,5\ \text{k}\Omega = 1,829\ \text{mA}$$

$$I_{R3} = U_{R3} / R = 3,9777\ \text{V} / 1,5\ \text{k}\Omega = 2,652\ \text{mA}$$

6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

$$V_U = U_{CD} / U_{AB}$$

$$V_{U1} = U_{CD1} / U_{AB} = 0,3753\ \text{V} / 4\text{V} = 0,0938$$

$$V_{U2} = U_{CD2} / U_{AB} = 2,7434\ \text{V} / 4\text{V} = 0,6859$$

$$V_{U3} = U_{CD3} / U_{AB} = 3,9777\ \text{V} / 4\text{V} = 0,9944$$