UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. Hans-Joachim Lieske
Tel. [49] - 0341 - 97 32213
lieske@informatik.uni-leipzig.de

Aufgaben zum Fach Technische Informatik

1. Semester / Wintersemester 1998/99

Aufgabe 1.6. - Amplitudenverhalten von RC-Hoch- und Tiefpässen

Aufgabe 1.6.1. Tiefpaß

Gegeben ist folgende Schaltung:

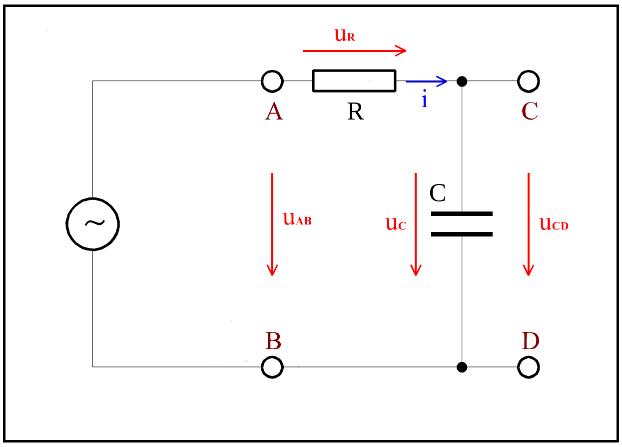

Abb. 1

$U_{AB} = 4V$

$R = 1{,}5k\Omega$

$C = 100nF$

$f_1 = 100Hz$

$f_2 = 1kHz$

$f_3 = 10kHz$

Der Inhalt der Aufgabe ist die Untersuchung des Amplituden- und Phasenverhaltens eine RC-Tiefpasses mittels eines Sinusgenerators.
Bemerkung:
Die Wechselströme und -spannungen liegen in folgender Form vor $u_i = U_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ und $i_k = I_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$

Alle berechneten Größen sind Scheinwerte.

z.B.: U_i , I_k

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1, T_2 für f_2,T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1, ω_2 und ω_3.
2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1}, X_{C2} und $X\omega_{C3}$ sowie Z_{C1}, Z_{C2} und $Z\omega_{C3}$.
3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1}, U_{CD2} und U_{CD3}.
4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Widerstand für die verschiedenen Frequenzen U_{R1}, U_{R2} und U_{R3}.
5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1, I_2 und I_3.
6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

Lösungen:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1, T_2 für f_2, T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1, ω_2 und ω_3.

$T = 1/f$

$T_1 = 1/f_1$

$= 1/100\ \text{Hz} = 0{,}01\ \text{s} = 10\ \text{ms}$

$T_2 = 1/f_2$

$= 1/1\ \text{kHz} = 0{,}001\ \text{s} = 1\ \text{ms}$

$T_3 = 1/f_3$

$= 1/10\ \text{kHz} = 0{,}001\text{s} = 100\ \mu\text{s}$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} = 628{,}319\ \text{s}^{-1}$

$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f2 = 2 \cdot \pi \cdot 1\ \text{kHz} = 6{,}28319\ (\text{ms})^{-1}$

$\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot f_3 = 2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} = 62{,}8319\ (\text{ms})^{-1}$

2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1}, X_{C2} und $X\omega_{C3}$ sowie Z_{C1}, Z_{C2} und Z_{C3}.

$X_C = -1/\omega C$

$X_{C1} = -1/\omega_1 \cdot C = -1/628{,}319\ \text{s}^{-1} \cdot 100\text{nF} = -\ 1/62{,}831\ \mu\text{A/V} = -15{,}9155\ \text{k}\Omega$

$X_{C2} = -1/\omega_2 \cdot C = -1/6{,}28319\ (\text{ms})^{-1} \cdot 100\text{nF} = -\ 1/628{,}31\ \mu\text{A/V} = -1{,}59155\ \text{k}\Omega$

$X_{C3} = -1/\omega \cdot C = -1/62{,}8319\ (\text{ms})^{-1} \cdot 100\text{nF} = -\ 1/6{,}2831\ \text{mA/V} = -159{,}155\ \Omega$

$Z_C = (R_C^{\,2}+X_C^{\,2})^{1/2}$ da R_C=0 folgt **$Z_C = |X_C|$**

$Z_{C1} = 15{,}9155\ \text{k}\Omega$

$Z_{C2} = 1{,}59155\ \text{k}\Omega$

$Z_{C3} = 159{,}155\ \Omega$

2. Bestimmen Sie die Scheinwiderstände für den Reihenschaltung von Kondensator und Widerstand für die verschiedenen Frequenzen sowie Z_{RC1}, Z_{RC2} und Z_{RC3}.

$Z_{RC} = (R^2+X_C^{\,2})^{1/2}$

$Z_{RC1} = (R^2+X_{C1}^{\,2})^{1/2} = (1{,}5\text{k}\Omega^2 + 15{,}9155\ \text{k}\Omega^2)^{1/2} = (2{,}25 \cdot 10^6 + 253{,}303 \cdot 10^6)^{1/2} = (255{,}553 \cdot 10^6)^{1/2} = 15{,}9860\ \text{k}\Omega$

$Z_{RC2} = (R^2+X_{C2}^{\,2})^{1/2} = (1{,}5\text{k}\Omega^2 + 1{,}59155\ \text{k}\Omega^2)^{1/2} = (2{,}25 \cdot 10^6 + 2{,}53303 \cdot 10^6)^{1/2} = (4{,}78303 \cdot 10^6)^{1/2} = 2{,}18701\ \text{k}\Omega$

$Z_{RC3} = (R^2+X_{C3}^2)^{1/2} = (1{,}5k\Omega^2 + 159{,}155\ \Omega^2)^{1/2} = (2{,}25 \cdot 10^6 + 0{,}0253 \cdot 10^6)^{1/2} = (2{,}2753 \cdot 10^6)^{1/2} = 1{,}5084\ k\Omega$

3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1}, U_{CD2} und U_{CD3}.

$$\mathbf{U_{AB} / U_{CD} = Z_{RC} / Z_C \quad \Rightarrow \quad U_{CD} = (Z_C / Z_{RC}) \cdot U_{AB}}$$

$U_{CD1} = (Z_{C1} / Z_{RC1}) \cdot U_{AB1} = (15{,}9155\ k\Omega / 15{,}9860\ k\Omega) \cdot 4V = 0{,}99559 \cdot 4V = 3{,}9823\ V$

$U_{CD2} = (Z_{C2} / Z_{RC2}) \cdot U_{AB2} = (1{,}59155\ k\Omega / 2{,}18701\ k\Omega) \cdot 4V = 0{,}72773 \cdot 4V = 2{,}9109\ V$

$U_{CD3} = (Z_{C3} / Z_{RC3}) \cdot U_{AB3} = (159{,}155\ \Omega / 1{,}5084\ k\Omega) \cdot 4V = 0{,}10551 \cdot 4V = 0{,}4220\ V$

4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Widerstand für die verschiedenen Frequenzen U_{R1}, U_{R2} und U_{R3}.

$$\mathbf{U_{AB} = U_R + U_{CD} \quad \Rightarrow \quad U_R = U_{AB} - U_{CD}}$$

$U_{R1} = U_{AB1} - U_{CD1} = 4V - 3{,}9823\ V = 0{,}0177\ V$

$U_{R2} = U_{AB2} - U_{CD2} = 4V - 2{,}9109\ V = 1{,}0891\ V$

$U_{R3} = U_{AB3} - U_{CD3} = 4V - 0{,}4220\ V = 3{,}5780\ V$

5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1, I_2 und I_3.

   Durch den Kondensator fließt der gleiche Strom, wie durch den Widerstand.

$$\mathbf{I = I_R = U_R / R}$$

$I_{R1} = U_{R1} / R = 0{,}0177\ V / 1{,}5\ k\Omega = 11{,}8\ \mu A$

$I_{R2} = U_{R2} / R = 1{,}0891\ V / 1{,}5\ k\Omega = 726{,}07\ \mu A$

$I_{R3} = U_{R3} / R = 3{,}5780\ V / 1{,}5\ k\Omega = 2{,}385\ \mu A$

6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

$$\mathbf{V_U = U_{CD} / U_{AB}}$$

$V_{U1} = U_{CD1} / U_{AB} = 3{,}9823\ V / 4V = 0{,}9956$

$V_{U2} = U_{CD2} / U_{AB} = 2{,}9109\ V / 4V = 0{,}7277$

$V_{U3} = U_{CD3} / U_{AB} = 0{,}4220\ V / 4V = 0{,}1055$

Aufgabe 1.6.1. Hochpaß

Gegeben ist folgende Schaltung:

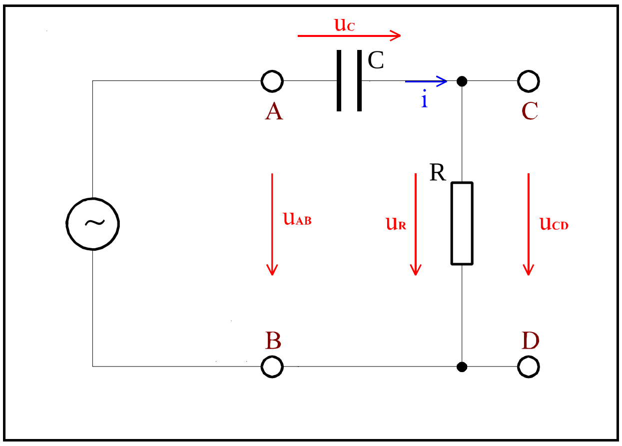

Abb. 2

$U_{AB} = 4V$

$R = 1{,}5k\Omega$

$C = 100nF$

$f_1 = 100Hz$

$f_2 = 1kHz$

$f_3 = 10kHz$

Der Inhalt der Aufgabe ist die Untersuchung des Amplituden- und Phasenverhaltens eine RC-Tiefpasses mittels eines Sinusgenerators.
Bemerkung:
Die Wechselströme und -spannungen liegen in folgender Form vor $u_i = U_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ und $i_k = I_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)$

Alle berechneten Größen sind Scheinwerte.

z.B.: U_i , I_k
Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1, T_2 für f_2,T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1, ω_2 und ω_3.
2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1}, X_{C2} und $X\omega_{C3}$ sowie Z_{C1}, Z_{C2} und $Z\omega_{C3}$.
3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1}, U_{CD2} und U_{CD3}.
4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen U_{R1}, U_{R2} und U_{R3}.
5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1, I_2 und I_3.
6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

Lösungen:

1. Bestimmen Sie die Periodendauern T_1 für f_1, T_2 für f_2,T_3 für f_3 und die Kreisfrequenzen ω_1, ω_2 und ω_3.

$T = 1/f$

$T_1 = 1/f_1$

$= 1/100\ Hz = 0{,}01\ s = 10\ ms$

$T_2 = 1/f_2$

$= 1/1\ kHz = 0{,}001\ s = 1\ ms$

$T_3 = 1/f_3$

$= 1/10\ kHz = 0{,}001s = 100\ \mu s$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 100Hz = 628{,}319\ s^{-1}$

$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f2 = 2 \cdot \pi \cdot 1\ kHz = 6{,}28319\ (ms)^{-1}$

$\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot f_3 = 2 \cdot \pi \cdot 100Hz = 62{,}8319\ (ms)^{-1}$

2. Bestimmen Sie die Wechselstromblind- und Scheinwiderstände für den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen X_{C1}, X_{C2} und $X\omega_{C3}$ sowie Z_{C1}, Z_{C2} und Z_{C3}.

$X_C = -1/\omega C$

$X_{C1} = -1/\omega_1 \cdot C = -1/628{,}319\ s^{-1} \cdot 100nF = -\ 1/62{,}831\ \mu A/V = -15{,}9155\ k\Omega$

$X_{C2} = -1/\omega_2 \cdot C = -1/6{,}28319\ (ms)^{-1} \cdot 100nF = -\ 1/628{,}31\ \mu A/V = -1{,}59155\ k\Omega$

$X_{C3} = -1/\omega \cdot C = -1/62{,}8319\ (ms)^{-1} \cdot 100nF = -\ 1/6{,}2831\ mA/V = -159{,}155\ \Omega$

$Z_C = (R_C{}^2 + X_C{}^2)^{1/2}$ da R_C=0 folgt **$Z_C = |X_C|$**

$Z_{C1} = 15{,}9155\ k\Omega$

$Z_{C2} = 1{,}59155\ k\Omega$

$Z_{C3} = 159{,}155\ \Omega$

2. Bestimmen Sie die Scheinwiderstände für den Reihenschaltung von Kondensator und Widerstand für die verschiedenen Frequenzen sowie Z_{RC1}, Z_{RC2} und Z_{RC3}.

$Z_{RC} = (R^2 + X_C{}^2)^{1/2}$

$Z_{RC1} = (R^2+X_{C1}{}^2)^{1/2} = (1{,}5k\Omega^2 + 15{,}9155\ k\Omega^2)^{1/2} = (2{,}25 \cdot 10^6 + 253{,}303 \cdot 10^6)^{1/2} = (255{,}553 \cdot 10^6)^{1/2} = 15{,}9860\ k\Omega$

$Z_{RC2} = (R^2+X_{C2}{}^2)^{1/2} = (1{,}5k\Omega^2 + 1{,}59155\ k\Omega^2)^{1/2} = (2{,}25 \cdot 10^6 + 2{,}53303 \cdot 10^6)^{1/2} = (4{,}78303 \cdot 10^6)^{1/2} = 2{,}18701\ k\Omega$

$Z_{RC3} = (R^2+X_{C3}{}^2)^{1/2} = (1{,}5 k\Omega^2 + 159{,}155\ \Omega^2)^{1/2} = (2{,}25 \cdot 10^6 + 0{,}0253 \cdot 10^6)^{1/2} = (2{,}2753 \cdot 10^6)^{1/2} = 1{,}5084\ k\Omega$

3. Bestimmen Sie die Ausgangsspannungen für die verschiedenen Frequenzen U_{CD1}, U_{CD2} und U_{CD3}.

$$\mathbf{U_{AB} / U_{CD} = Z_{RC} / Z_R \quad \Rightarrow \quad U_{CD} = (Z_R / Z_{RC}) \cdot U_{AB}}$$

und $Z_R = R$ da reeles Bauelement

$U_{CD1} = (Z_{C1} / Z_{RC1}) \cdot U_{AB1} = (1{,}5\ k\Omega / 15{,}9860\ k\Omega) \cdot 4V = 0{,}0938 \cdot 4V = 0{,}3753\ V$

$U_{CD2} = (Z_{C2} / Z_{RC2}) \cdot U_{AB2} = (1{,}5\ k\Omega / 2{,}18701\ k\Omega) \cdot 4V = 0{,}6858 \cdot 4V = 2{,}7434\ V$

$U_{CD3} = (Z_{C3} / Z_{RC3}) \cdot U_{AB3} = (1{,}5\ k\Omega / 1{,}5084\ k\Omega) \cdot 4V = 0{,}9944 \cdot 4V = 3{,}9777\ V$

4. Bestimmen Sie den Spannungsabfall über den Kondensator für die verschiedenen Frequenzen U_{C1}, U_{C2} und U_{C3}.

$$\mathbf{U_{AB} = U_C + U_{CD} \quad \Rightarrow \quad U_C = U_{AB} - U_{CD}}$$

$U_{C1} = U_{AB1} - U_{CD1} = 4V - 0{,}3753\ V = 3{,}6247\ V$

$U_{C2} = U_{AB2} - U_{CD2} = 4V - 2{,}7434\ V = 1{,}2566\ V$

$U_{C3} = U_{AB3} - U_{CD3} = 4V - 3{,}9777\ V = 0{,}0223\ V$

5. Bestimmen Sie den Strom für die verschiedenen Frequenzen I_1, I_2 und I_3.

Durch den Kondensator fließt der gleiche Strom, wie durch den Widerstand.

$$\mathbf{I = I_R = U_R / R = U_{CD} / R}$$

$I_{R1} = U_{R1} / R = 0{,}3753\ V / 1{,}5\ k\Omega = 25{,}02\ \mu A$

$I_{R2} = U_{R2} / R = 2{,}7434\ V / 1{,}5\ k\Omega = 1{,}829\ mA$

$I_{R3} = U_{R3} / R = 3{,}9777\ V / 1{,}5\ k\Omega = 2{,}652\ mA$

6. Bestimmen Sie das Spannungsverhältnis für die verschiedenen Frequenzen

$$\mathbf{V_U = U_{CD} / U_{AB}}$$

$V_{U1} = U_{CD1} / U_{AB} = 0{,}3753\ V / 4V = 0{,}0938$

$V_{U2} = U_{CD2} / U_{AB} = 2{,}7434\ V / 4V = 0{,}6859$

$V_{U3} = U_{CD3} / U_{AB} = 3{,}9777\ V / 4V = 0{,}9944$