UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Seminaraufgaben

1.Semester - Wintersemester 1998/99

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 05-22
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

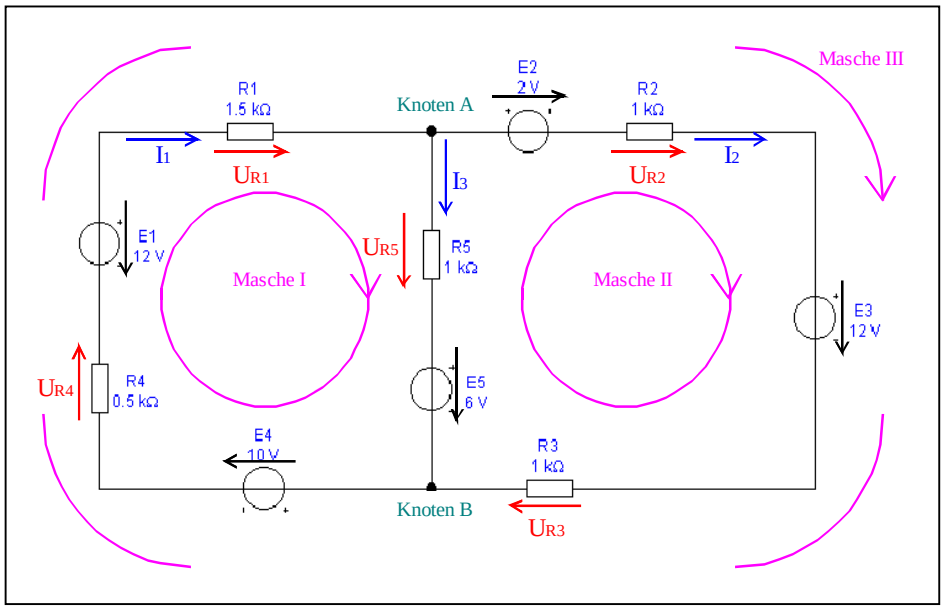
Aufgaben zur Übung
Technische Informatik I - Elektrotechnische Grundlagen

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe
Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:

Maschen: I, II, III
Knoten: A, B



Aufgaben:

1&2 Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5}, die durch die Widerstände R_1 bis R_5 fließen und die Spannungen U_{R1} bis U_{R5}, die über die Widerstände R_1 bis R_5 abfallen. Benutzen Sie dazu die Berechnungsmethode über Determinanten. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen I und II sowie den Knoten A.

3 Warum kann man nur zwei Maschen verwenden und nicht mehr?
Warum kann man nur einen Knoten verwenden und nicht mehr?
Warum wählt man innerhalb des Teiles der Masche, in der der Strom über die Widerstände gleich ist, die Richtung der Spannungspfeile über die Widerstände immer entsprechend der Richtung des Stromes?

Bemerkung:

Die Nichtbenutzung der Determinantenmethode wird als "Falsch" gewertet!
Die Benutzung von Brüchen in den Ergebnissen ist nicht erlaubt!

Vorgehensweise:

1. Bestimmen Sie die Maschengleichungen für die Masche I und II.

1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen in der Form $\Sigma E_i+\Sigma U_k=0$ auf.
Die Richtungen der Spannungsabfälle über die Widerstände sind entsprechend den durchfließenden Strömen anzusetzen.

1.2. Bringen Sie die Spannungsquellen E_i auf die rechte Seite der Gleichung
Setzen Sie für die Spannungsabfälle über die Widerstände die Form $U_k=I_kR_k$ ein.

1.3. Bestimmen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A.
Die zum Knoten laufenden Ströme sind positiv und die vom Knoten weglaufenden Ströme sind als negativ anzusetzen.

2. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} und die Spannungen U_{R1} bis U_{R5}.

2.1 Stellen Sie aus den Maschengleichungen und der Knotengleichung ein Gleichungssystem zusammen.

2.2 Bestimmen Sie die Determinante D sowie die Determinanten D_1 bis D_3 für die Ströme I_1 bis I_3

2.3 Berechnen Sie die Ströme aus den Determinanten $I_j=D_j/D$.

2.4 Bestimmen Sie aus den Knotenströmen I_j die Ströme I_{R1} bis I_{R5}, die durch die Widerstände fließen.

2.5 Bestimmen Sie aus den Strömen I_{R1} bis I_{R5} die Spannungen U_{R1} bis U_{R5}, die über die Widerstände R_1 bis R_5 abfallen.

Lösung: 3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

1. Bestimmen Sie die Maschengleichungen für die Masche I und II.

1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen in der Form $\Sigma E_i+\Sigma U_k=0$ auf.
Die Richtungen der Spannungsabfälle über die Widerstände sind entsprechend den durchfließenden Strömen anzusetzen.

Masche 1: $-E_1 \quad +E_4 \quad +E_5 \quad +U_{R1} \quad +U_{R4} \quad +U_{R5} \quad = 0$

Masche 2: $+E_2 \quad +E_3 \quad -E_5 \quad +U_{R2} \quad +U_{R3} \quad -U_{R5} \quad = 0$

1.2. Bringen Sie die Spannungsquellen E_i auf die rechte Seite der Gleichung

Masche 1: $+U_{R1} \quad +U_{R4} \quad +U_{R5} \quad = +E_1 \quad -E_4 \quad -E_5$

Masche 2: $+U_{R2} \quad +U_{R3} \quad -U_{R5} \quad = -E_2 \quad -E_3 \quad +E_5$

Setzen Sie für die Spannungsabfälle über die Widerstände die Form $U_k=I_kR_k$ ein.

Masche 1: $+R_1 \cdot I_1 \quad + R_4 \cdot I_1 \quad + R_5 \cdot I_3 \quad = +E_1 \quad -E_4 \quad -E_5$

Masche 2: $+ R_2 \cdot I_2 \quad + R_3 \cdot I_2 \quad - R_5 \cdot I_3 \quad = -E_2 \quad -E_3 \quad +E_5$

Masche 1: $(R_1 + R_4) \cdot I_1 \quad + R_5 \cdot I_3 \quad = +E_1 \quad -E_4 \quad -E_5$

Masche 2: $(R_2 + R_3) \cdot I_2 \quad - R_5 \cdot I_3 \quad = -E_2 \quad -E_3 \quad +E_5$

1.3. Bestimmen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A.

Knoten A : $+I_1 \quad -I_2 \quad -I_3 \quad = 0$

2. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} und die Spannungen U_{R1} bis U_{R5}.

2.1 Stellen Sie aus den Maschengleichungen und der Knotengleichung ein Gleichungssystem zusammen.

- allgemein

Masche 1 : $(R_1 + R_4) \cdot I_1 \quad + R_5 \cdot I_3 \quad = +E_1 \quad -E_4 \quad -E_5$

Masche 2 : $(R_2 + R_3) \cdot I_2 \quad - R_5 \cdot I_3 \quad = -E_2 \quad -E_3 \quad +E_5$

Knoten A : $+I_1 \quad -I_2 \quad -I_3 \quad = 0$

- als Vektorgleichung vereinfacht:

$$\begin{pmatrix} (R_1+R_4) & 0 & R_5 \\ 0 & (R_2+R_3) & -R_5 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 - E_4 - E_5 \\ -E_2 - E_3 + E_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- mit Werten:

Masche 1 : $(1{,}5k\Omega+0{,}5k\Omega)\cdot I_1 + 1{,}0k\Omega\cdot I_3 = +12V\ -10V\ -6V$

Masche 2 : $(1{,}0k\Omega+1{,}0k\Omega)\cdot I_2 - 1{,}0k\Omega\cdot I_3 = -2V\ -12V\ +6V$

Knoten A : $+I_1\ -I_2\ -I_3 = 0A$

- mit Werten:

Masche 1 : $2{,}0k\Omega\cdot I_1 + 1{,}0k\Omega\cdot I_3 = -4V$

Masche 2 : $2{,}0k\Omega\cdot I_2 - 1{,}0k\Omega\cdot I_3 = -8V$

Knoten A : $+I_1\ -I_2\ -I_3 = 0$

$$\begin{pmatrix} 2{,}0k\Omega & 0 & 1{,}0k\Omega \\ 0 & 2{,}0k\Omega & -1{,}0k\Omega \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4V \\ -8V \\ 0A \end{pmatrix}$$

2.2 Bestimmen Sie die Determinante D sowie die Determinanten D_1 bis D_3 für die Ströme I_1 bis I_3 nach der Kramerschen Regel

$$D=\begin{vmatrix}(R_1+R_4) & 0 & R_5 \\ 0 & (R_2+R_3) & -R_5 \\ 1 & -1 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2{,}0k\Omega & 0\Omega & 1{,}0k\Omega \\ 0\Omega & 2{,}0k\Omega & -1{,}0k\Omega \\ 1 & -1 & -1\end{vmatrix}$$

$$=2{,}0k\Omega\cdot(2{,}0k\Omega\cdot[-1]-[-1{,}0k\Omega]\cdot[-1])\ -0\Omega^2\ +1\cdot(0\Omega\cdot[-1{,}0k\Omega]-1{,}0k\Omega\cdot 2{,}0k\Omega)$$

$$=2{,}0k\Omega\cdot(-2{,}0k\Omega-1{,}0k\Omega)\ -1{,}0k\Omega\cdot 2{,}0k\Omega=2{,}0k\Omega\cdot(-3{,}0k\Omega)\ -1{,}0k\Omega\cdot 2{,}0k\Omega$$

$$=-6\cdot 10^6\Omega^2-2\cdot 10^6\Omega^2=-8\cdot 10^6\Omega^2=-8MV^2/A^2$$

$$D_1=\begin{vmatrix}E_1-E_4-E_5 & 0 & R_5 \\ -E_2-E_3+E_5 & (R_2+R_3) & -R_5 \\ 0 & -1 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-4V & 0\Omega & 1{,}0k\Omega \\ -8V & 2{,}0k\Omega & -1{,}0k\Omega \\ 0A & -1 & -1\end{vmatrix}$$

$$=-4V\cdot(2{,}0k\Omega\cdot[-1]-[-1{,}0k\Omega]\cdot[-1])\ -[-8V]\cdot(0\Omega-1{,}0k\Omega\cdot[-1]\ +0A\Omega^2)$$

$$=-4V\cdot(-2{,}0k\Omega-1{,}0k\Omega)\ +8V\cdot(0\Omega+1{,}0k\Omega)=-4V\cdot(-3{,}0k\Omega)\ +8V\cdot 1{,}0k\Omega$$

$$=12{,}0k\Omega V+8{,}0k\Omega V=20kV\cdot V/A=20kV^2/A$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} (R_1 + R_4) & E_1 - E_4 - E_5 & R_5 \\ 0 & -E_2 - E_3 + E_5 & -R_5 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2{,}0k\Omega & -4V & 1{,}0k\Omega \\ 0\Omega & -8V & -1{,}0k\Omega \\ 1 & 0A & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 2{,}0k\Omega \cdot (-8V \cdot [-1] - [-1{,}0k\Omega] \cdot 0A) \quad -0V\Omega \quad +1 \cdot ([-4V] \cdot [-1{,}0k\Omega] - [-8V] \cdot 1{,}0k\Omega)$$

$$= 2{,}0k\Omega \cdot (8V + 0V) \quad +1 \cdot (4{,}0kV\Omega + 8{,}0kV\Omega) = 2{,}0k\Omega \cdot 8V + 1 \cdot 12{,}0kV\Omega$$

$$= 16{,}0kV\Omega + 12{,}0kV\Omega = 28kV \cdot V / A = 28kV^2 / A$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} (R_1 + R_4) & 0 & E_1 - E_4 - E_5 \\ 0 & (R_2 + R_3) & -E_2 - E_3 + E_5 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2{,}0k\Omega & 0\Omega & -4V \\ 0\Omega & 2{,}0k\Omega & -8V \\ 1 & -1 & 0A \end{vmatrix}$$

$$= 2{,}0k\Omega \cdot (2{,}0k\Omega \cdot 0A - [-8V] \cdot [-1]) \quad -0V\Omega \quad +1 \cdot (0\Omega \cdot [-8V] - [-4V] \cdot 2{,}0k\Omega)$$

$$= 2{,}0k\Omega \cdot (0V - 8V) \quad +1 \cdot (0\Omega V + 8{,}0kV\Omega) = 2{,}0k\Omega \cdot (-8V) \quad +1 \cdot (8{,}0kV\Omega)$$

$$= -16{,}0kV\Omega + 8{,}0kV\Omega = -8{,}0kV\Omega = -8{,}0kV^2 / A$$

$D = -8MV^2/A^2$

$D_1 = 20kV^2/A$ $\quad I_1 = D_1/D = 20kV^2/A \ / \ -8MV^2/A^2 = -2{,}5mA$

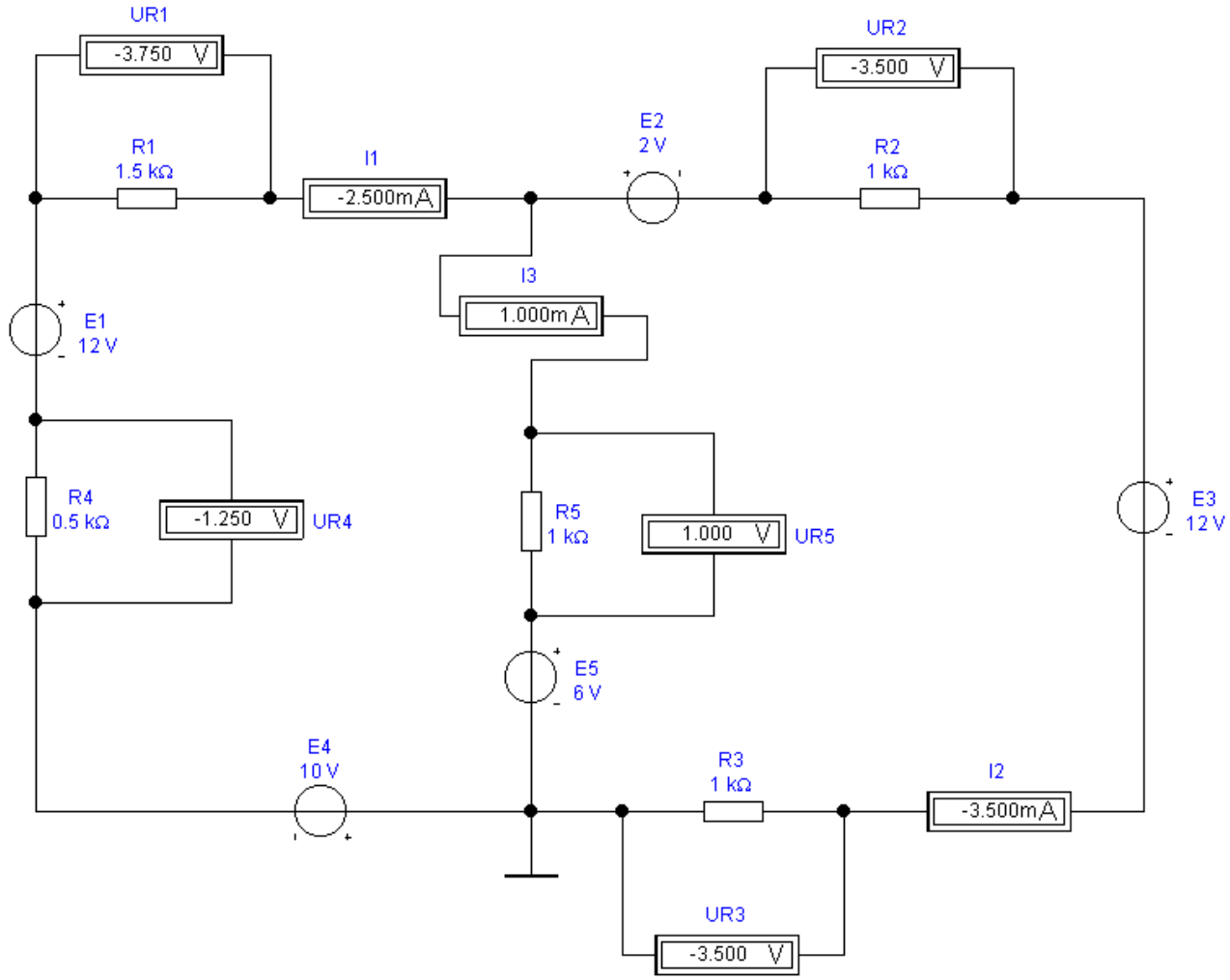
$D_2 = 28kV^2/A$ $\quad I_2 = D_2/D = 28kV^2/A \ / \ -8MV^2/A^2 = -3{,}5mA$

$D_3 = -8kV^2/A$ $\quad I_3 = D_3/D = -8kV^2/A \ / \ -8MV^2/A^2 = +1{,}0mA$

$I_1 = -2{,}5mA$ $\quad U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = -2{,}5mA \cdot 1{,}5k\Omega = -3{,}75V$
$U_{R4} = I_1 \cdot R_4 = -2{,}5mA \cdot 0{,}5k\Omega = -1{,}25V$

$I_2 = -3{,}5mA$ $\quad U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = -3{,}5mA \cdot 1{,}0k\Omega = -3{,}50V$
$U_{R3} = I_2 \cdot R_3 = -3{,}5mA \cdot 1{,}0k\Omega = -3{,}50V$

$I_3 = +1{,}0mA$ $\quad U_{R5} = I_3 \cdot R_5 = +1{,}0mA \cdot 1{,}0k\Omega = +1{,}00V$


UR1
-3.750 V
R1
1.5 kΩ
I1
-2.500mA
E2
2 V
UR2
-3.500 V
R2
1 kΩ
I3
1.000mA
E1
12 V
R4
0.5 kΩ
-1.250 V
UR4
R5
1 kΩ
1.000 V
UR5
E3
12 V
E5
6 V
E4
10 V
R3
1 kΩ
I2
-3.500mA
UR3
-3.500 V