

Aufgaben zum Fach Technische Informatik

1. Semester / Wintersemester 1997/98

Aufgabe 1.1.1. - Zeitabhängigkeit von Ladungen und Strömen

Gegeben ist folgende Funktion der Ladung in Abhängigkeit von der Zeit:

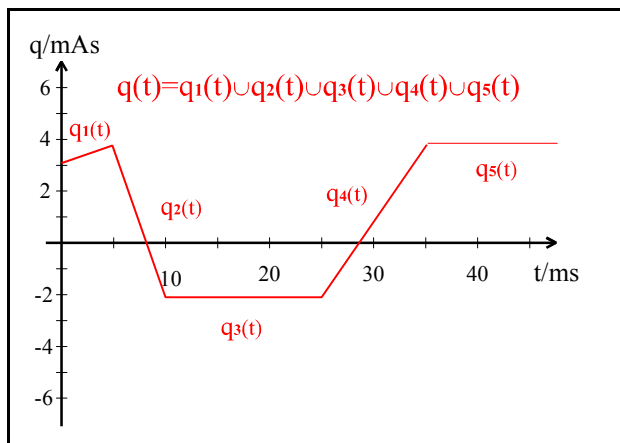


Abb. 1

$q_1(t) = 0,2A \cdot t + 3mAs$	für $t \in [0, 5)$ ms
$q_2(t) =$	für $t \in [5, 10)$ ms
$q_3(t) =$	für $t \in [10, 25)$ ms
$q_4(t) =$	für $t \in [25, 35)$ ms
$q_5(t) =$	für $t \in [35, 45)$ ms

Für die Bestimmung der Zeitfunktion können die abgeschlossenen Intervalle für t benutzt werden.

Die hier angegebenen Intervalle für t sind notwendig, damit die Teilfunktionen an den entsprechenden Eckpunkten differenzierbar sind.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Zeitfunktionen $q_1(t) \dots q_5(t)$.
- Berechnen Sie durch Differentiation der Gleichungen $q_1(t) \dots q_5(t)$ nach der Zeit die Funktionen $i_1(t) \dots i_5(t)$ für die 5 Intervalle.
Geben Sie die Zeitintervalle an.
- Zeichnen Sie das Zeitdiagramm für $i_1(t) \dots i_5(t)$ ähnlich Abb. 1.

Bemerkungen:

Als Beispiel wurde die Zeitfunktion $q_1(t)$ ausgerechnet.

Für die einzelnen Intervalle von $q_1(t)$ wurden die definierten Werte für t vorgegeben.

Vergessen Sie bei den Zeitfunktionen die Maßeinheiten nicht!

Aufgabe 1.1.2. - Ströme in Knoten von Netzwerken

Gegeben ist folgendes Netzwerk:

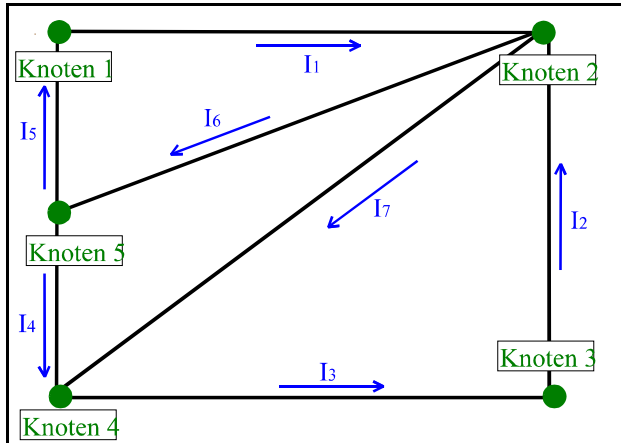


Abb. 2

Hinweis:

Beachten Sie, daß man eine Gleichung mit (-1) durchmultiplizieren kann.

Die Ströme $I_1 \dots I_7$ stehen für Ströme über eine Kombination von Spannungsquellen, -von Spannungsabfällen über Widerstände oder beides.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Knotenpunktgleichungen für die Knotenpunkte 1 ... 5.
- Beweisen Sie, daß man durch die Addition der Gleichungen für die Knotenpunkte 1 ... 4 die Gleichung für den Knotenpunkt 5 berechnen kann (lineare Abhängigkeit). Die zum Knoten laufenden Ströme sind positiv und die vom Knoten weglaufenden Ströme sind als negativ anzusetzen.

Beispiel : Knoten 1: $-1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 1 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0$

Aufgabe 1.1.3. - Spannungen in Maschen von Netzwerken

Gegeben ist folgendes Netzwerk:

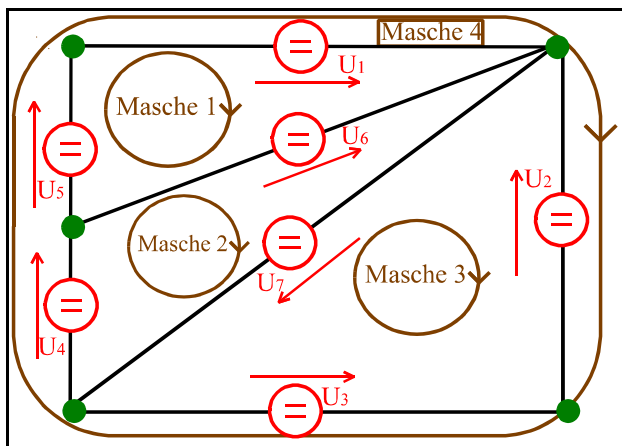


Abb. 3

Hinweis:

Beachten Sie, daß man eine Gleichung mit (-1) durchmultiplizieren kann.

Die Spannungen $U_1 \dots U_7$ stehen für eine Kombination von Spannungsquellen, -von Spannungsabfällen über Widerstände oder beides.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 ... 4.
- Beweisen Sie, daß man durch die Addition der Gleichungen für die Maschen 1 ... 3 die Gleichung für den Masche 4 berechnen kann (lineare Abhängigkeit). Die in Maschenrichtung liegenden Spannungen sind positiv und die entgegengesetzten sind als negativ anzusetzen.

Beispiel : Masche 1: $+1 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 1 \cdot U_5 - 1 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 = 0$

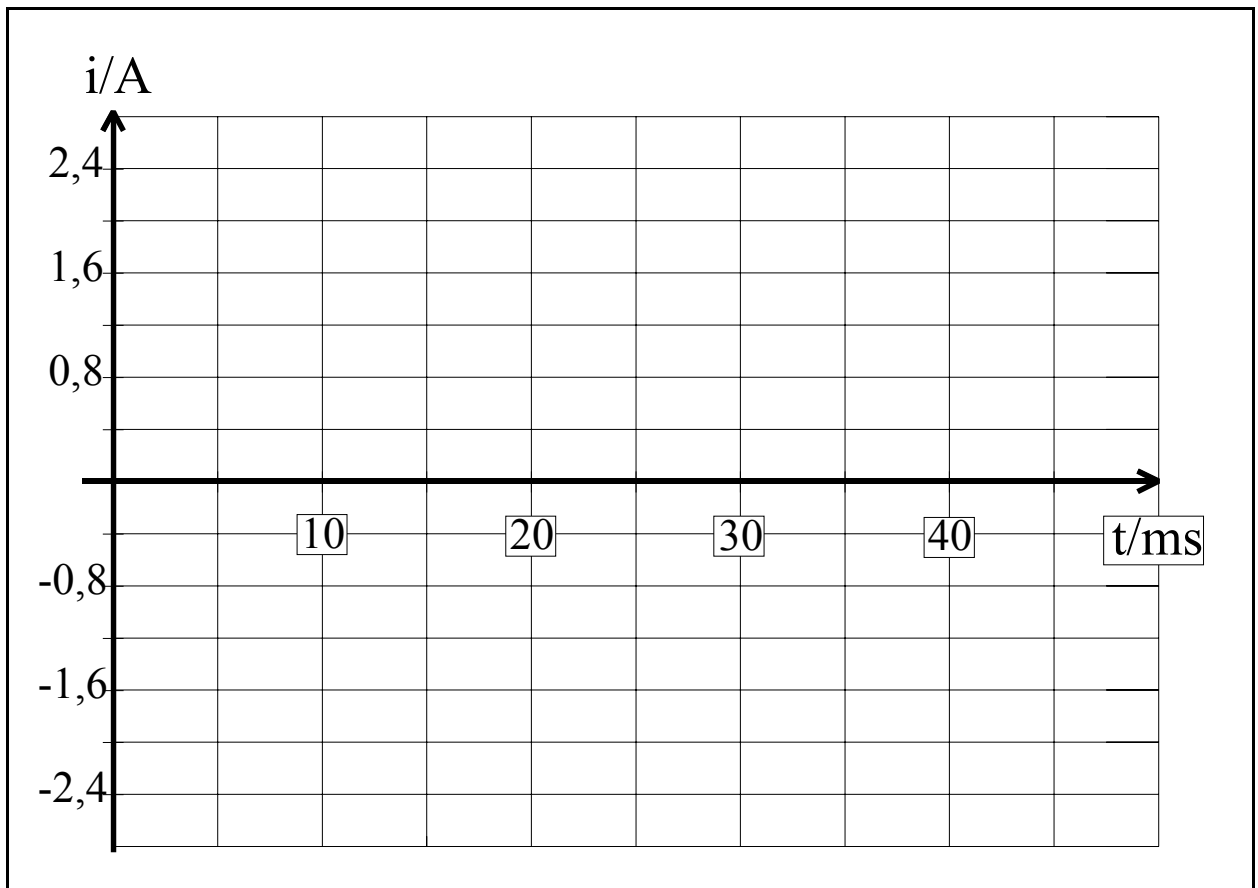


Abb. 4

Lösungen:

Lösung: Aufgabe 1.1.1.

1. Bestimmung der Zeitfunktionen der Ladungen $q_1(t) \dots q_4(t)$.

$$q=f(t)=at+b$$

Befindet sich die Gerade im Intervall $[t_1, t_2]$ so gilt für zwei Punkte:

$$q_1=at_1+b \text{ und } q_2=at_2+b$$

und es folgt:

$$a=(q_2-q_1)/(t_2-t_1) \text{ und } b=q_1-at_1=q_2-at_2$$

1. Geradenabschnitt $q \in [3;4] \text{ mAs}$, $t \in [0;5] \text{ ms}$

$$a=(4 \text{ mAs}-3 \text{ mAs})/(5 \text{ ms}-0 \text{ ms})=1 \text{ mAs}/5 \text{ ms}=\mathbf{0,2A}$$

$$b=3 \text{ mAs}-0,2A \cdot 0 \text{ ms}=\mathbf{3 \text{ mAs}}$$

$$=4 \text{ mAs}-(0,2A \cdot 5 \text{ ms})=4 \text{ mAs}-1 \text{ mAs}=\mathbf{3 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_1(t)=0,2A \cdot t+3 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [0,5] \text{ ms}}$$

2. Geradenabschnitt $q \in [4;-2] \text{ mAs}$, $t \in [5;10] \text{ ms}$

$$a=(-2 \text{ mAs}-4 \text{ mAs})/(10 \text{ ms}-5 \text{ ms})=-6 \text{ mAs}/5 \text{ ms}=\mathbf{-1,2A}$$

$$b=4 \text{ mAs}-(-1,2A \cdot 5 \text{ ms})=4 \text{ mAs}+6 \text{ mAs}=\mathbf{10 \text{ mAs}}$$

$$=-2 \text{ mAs}-(-1,2A \cdot 10 \text{ ms})=-2 \text{ mAs}+12 \text{ mAs}=\mathbf{10 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_2(t)=-1,2A \cdot t+10 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [5,10] \text{ ms}}$$

3. Geradenabschnitt $q \in [-2;-2] \text{ mAs}$, $t \in [10;25] \text{ ms}$

$$a=(-2 \text{ mAs}-[-2 \text{ mAs}])/(25 \text{ ms}-10 \text{ ms})=0 \text{ mAs}/15 \text{ ms}=\mathbf{0A}$$

$$b=-2 \text{ mAs}-0A \cdot 10 \text{ ms}=-2 \text{ mAs}-0 \text{ mAs}=\mathbf{-2 \text{ mAs}}$$

$$=-2 \text{ mAs}-0A \cdot 25 \text{ ms}=-2 \text{ mAs}-0 \text{ mAs}=\mathbf{-2 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_3(t)=-2 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [10,25] \text{ ms}}$$

4. Geradenabschnitt $q \in [-2;4] \text{ mAs}$, $t \in [25;35] \text{ ms}$

$$a=(4 \text{ mAs}-[-2 \text{ mAs}])/(35 \text{ ms}-25 \text{ ms})=6 \text{ mAs}/10 \text{ ms}=\mathbf{0,6A}$$

$$b=-2 \text{ mAs}-0,6A \cdot 25 \text{ ms}=-2 \text{ mAs}-10 \text{ mAs}=\mathbf{-17 \text{ mAs}}$$

$$=4 \text{ mAs}-0,6A \cdot 35 \text{ ms}=4 \text{ mAs}-21 \text{ mAs}=\mathbf{-17 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_4(t)=0,6A \cdot t-17 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [25,35] \text{ ms}}$$

5. Geradenabschnitt $q \in [4;4] \text{ mAs}$, $t \in [35;45] \text{ ms}$

$$a = (4 \text{ mAs} - 4 \text{ mAs}) / (45 \text{ ms} - 35 \text{ ms}) = 0 \text{ mAs} / 10 \text{ ms} = \mathbf{0 \text{ A}}$$

$$b = 4 \text{ mAs} - 0 \text{ A} \cdot 35 \text{ ms} = 4 \text{ mAs} - 0 \text{ mAs} = \mathbf{4 \text{ mAs}}$$

$$= 4 \text{ mAs} - 0 \text{ A} \cdot 45 \text{ ms} = 4 \text{ mAs} - 0 \text{ mAs} = \mathbf{4 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_4(t) = 4 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [35, 45) \text{ ms}}$$

2. Bestimmung der Zeitfunktionen der Ströme $i_1(t) \dots i_5(t)$.

$$i = f(t) = d[q(t)]/dt$$

1. Geradenabschnitt $q_1(t) = 0,2 \text{ A} \cdot t + 3 \text{ mAs}$ für $t \in [0, 5) \text{ ms}$

$$i_1(t) = d[q_1(t)]/dt = d[0,2 \text{ A} \cdot t + 3 \text{ mAs}]/dt = \mathbf{0,2 \text{ A}}$$

2. Geradenabschnitt $q_2(t) = -1,2 \text{ A} \cdot t + 10 \text{ mAs}$ für $t \in [5, 10) \text{ ms}$

$$i_2(t) = d[q_2(t)]/dt = d[-1,2 \text{ A} \cdot t + 10 \text{ mAs}]/dt = \mathbf{-1,2 \text{ A}}$$

3. Geradenabschnitt $q_3(t) = -2 \text{ mAs}$ für $t \in [10, 25) \text{ ms}$

$$i_3(t) = d[q_3(t)]/dt = d[-2 \text{ mAs}]/dt = \mathbf{0}$$

4. Geradenabschnitt $q_4(t) = 0,6 \text{ A} \cdot t - 17 \text{ mAs}$ für $t \in [25, 35) \text{ ms}$

$$i_4(t) = d[q_4(t)]/dt = d[0,6 \text{ A} \cdot t - 17 \text{ mAs}]/dt = \mathbf{0,6 \text{ A}}$$

5. Geradenabschnitt $q_4(t) = 4 \text{ mAs}$ für $t \in [35, 45) \text{ ms}$

$$i_4(t) = d[q_4(t)]/dt = d[4 \text{ mAs}]/dt = \mathbf{0 \text{ A}}$$

Ergebnis:

$$\mathbf{i_1(t) = 0,2 \text{ A} \quad \text{für } t \in [0, 5) \text{ ms}}$$

$$\mathbf{i_2(t) = -1,2 \text{ A} \quad \text{für } t \in [5, 10) \text{ ms}}$$

$$\mathbf{i_3(t) = 0 \text{ A} \quad \text{für } t \in [10, 25) \text{ ms}}$$

$$\mathbf{i_4(t) = 0,6 \text{ A} \quad \text{für } t \in [25, 35) \text{ ms}}$$

$$\mathbf{i_5(t) = 0 \text{ A} \quad \text{für } t \in [35, 45) \text{ ms}}$$

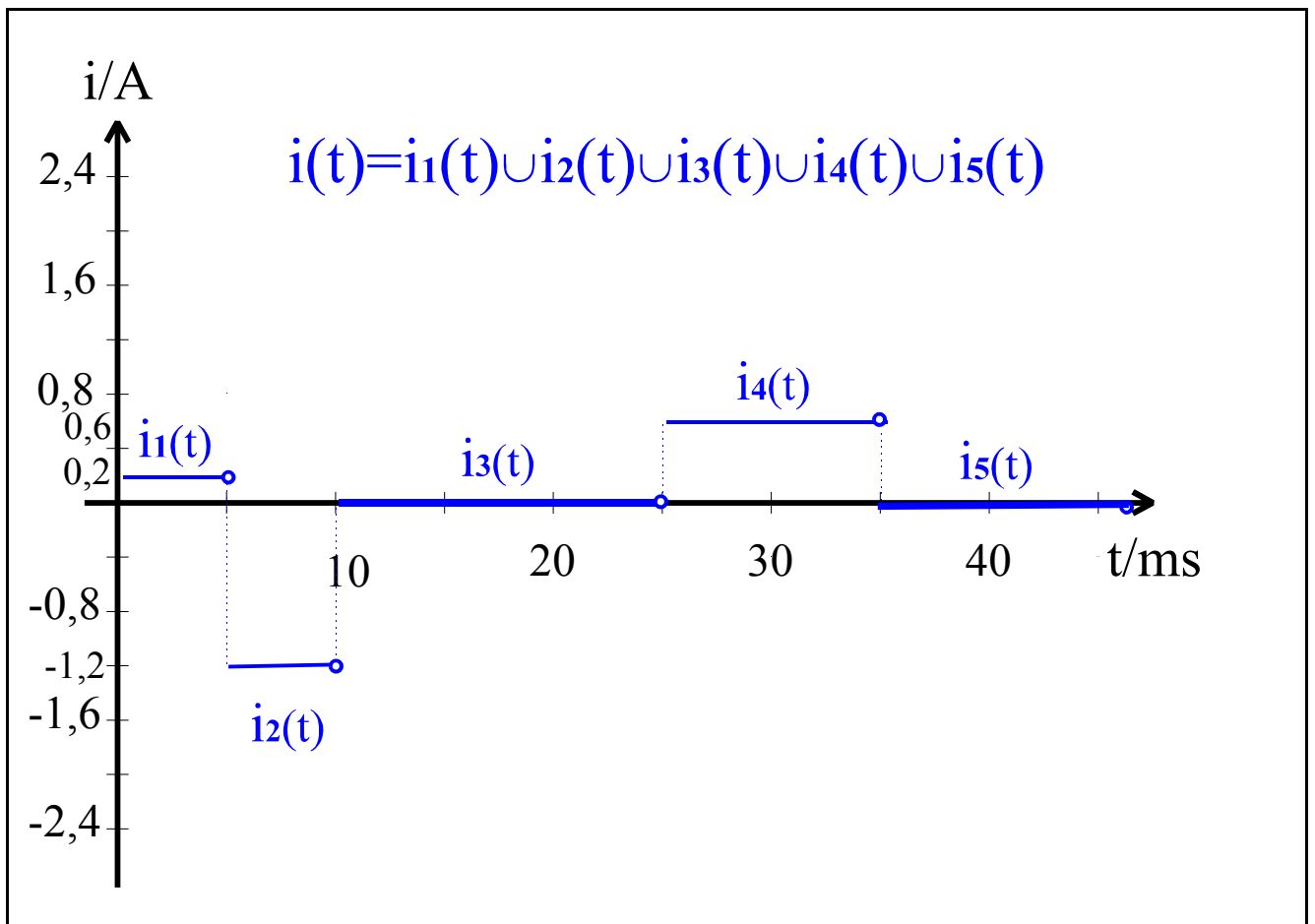


Abb.5

Lösung: Aufgabe 1.1.2.

$$\text{Knoten 1: } -1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 1 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0$$

$$\text{Knoten 2: } +1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 - 1 \cdot I_6 - 1 \cdot I_7 = 0$$

$$\text{Knoten 3: } +0 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 + 1 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0$$

$$\text{Knoten 4: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 1 \cdot I_7 = 0$$

$$\text{Knoten 5: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 + 1 \cdot I_5 - 1 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0 \quad (\text{berechnet})$$

Multipliziert man die Gleichung für den Knoten 5 mit (-1) durch dann erhält man:

$$\text{Knoten 5: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 - 1 \cdot I_4 - 1 \cdot I_5 + 1 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0 \quad (\text{berechnet})$$

zum Vergleich:

$$\text{Knoten 5: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 - 1 \cdot I_4 - 1 \cdot I_5 + 1 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0 \quad (\text{abgelesen})$$

Die lineare Abhängigkeit des letzten Knotens von den vorherigen resultiert aus der Tatsache, daß nicht nur in den Knoten, sondern auch in der abgeschlossenen Schaltung die Summe aller Ströme gleich 0 ist.

Lösung: Aufgabe 1.1.3.

$$\text{Masche 1: } +1 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 1 \cdot U_5 - 1 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 = 0$$

$$\text{Masche 2: } +0 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 1 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 1 \cdot U_6 + 1 \cdot U_7 = 0$$

$$\text{Masche 3: } +0 \cdot U_1 - 1 \cdot U_2 - 1 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 - 1 \cdot U_7 = 0$$

$$\text{Masche 4: } +1 \cdot U_1 - 1 \cdot U_2 - 1 \cdot U_3 + 1 \cdot U_4 + 1 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 = 0 \quad (\text{berechnet})$$

zum Vergleich:

$$\text{Masche 4: } +1 \cdot U_1 - 1 \cdot U_2 - 1 \cdot U_3 + 1 \cdot U_4 + 1 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 = 0 \quad (\text{abgelesen})$$

Die lineare Abhängigkeit der letzten Masche von den vorherigen resultiert aus der Tatsache, daß nicht nur in den Maschen, sondern auch in der abgeschlossenen Schaltung die Summe aller Spannungen gleich 0 ist.