

# Übung und Seminar zur Vorlesung „Grundlagen der Technischen Informatik 2“

## 2. Aufgabenkomplex

## 1. Aufgabe

## 1. Aufgabe

## disjunktiv- und konjunktive Minimierung

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

$x_4=0$		$x_0$					
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
$x_3$	<b>0</b>		1	1	1	<b>0</b>	$x_1$
	<b>0</b>		1	1	1	<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>0</b>	
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
$x_3$	<b>0</b>	1		1	1	<b>0</b>	$x_1$
	<b>0</b>		1	1	1	<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>0</b>	
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
		$x_2$					

Bei logischen Schaltungen mit 5-Variablen kann man die Minimierung mittels 2 übereinander liegenden KV-Diagrammen vornehmen.

Dabei ist das KV-Diagramm für  $x_4=0$  oben und das für  $x_4=1$  unten.

## 1. Aufgabe

# 1. Aufgabe

## disjunktive und konjunktive Minimierung

- 1.1. Bestimmen Sie die Minterme  $MINT_t(\dots)$
- 1.2. Bestimmen Sie die Maxterme  $MAX_t(\dots)$
- 1.3. Bestimmen Sie die Tabelle
- 1.4. Bestimmen Sie die Primimplikanten (0. Ordnung und höher)
- 1.5. Bestimmen Sie die Kernprimimplikanten (0. Ordnung und höher)
- 1.6. Bestimmen Sie die Primimplikate (0. Ordnung und höher)
- 1.7. Bestimmen Sie die Kernprimimplikate (0. Ordnung und höher)
- 1.8. Bestimmen Sie die Gleichung(en) der disjunktiv minimierte(n) Form(en) mit den geringsten Kosten mittels des KV-Diagramms
- 1.9. Bestimmen Sie die Kosten
- 1.10. Bestimmen Sie die Schaltung
- 1.11. Bestimmen Sie die Gleichung(en) der konjunktiv minimierte(n) Form(en) mit den geringsten Kosten mittels des KV-Diagramms
- 1.12. Bestimmen Sie die Kosten
- 1.13. Bestimmen Sie die Schaltung

## 2. Aufgabe

### Fragen zur Theorie

- 2.1. Nennen Sie die Huntingtonschen Axiome.
- 2.2. Was versteht man unter einem Operatorensystem?
- 2.3. Erklären Sie den Begriff Produktterm.
- 2.4. Betrachtet man eine logische Schaltung.  
Was minimiert man bei unserem Kostensystem?
- 2.5. Was ist der Vorteil des Quine-McCluskey Verfahrens gegenüber dem KV-Diagramm?

Punkteverteilung:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Aufgabe 1.1-1.2 je 2 Punkte

Aufgabe 1.3 1 Punkt

Aufgabe 1.4-1.13 je 2 Punkte

Aufgabe 2.1-2.5 je 1 Punkt

**Bemerkung:**

- Gemeinschaftsarbeiten sind nicht erlaubt. Jeder muss ein Aufgabenblatt abgeben.
- Bei Unklarheiten jeder Art, bitte auf dem Lernserver im entsprechenden Verzeichnis nachsehen.
- Haben mehr als 2/3 der Studenten den Aufgabenkomplex abgegeben, dann werden die Lösungen ins Netz gestellt.
- Die Schaltungen sind streng zu zeichnen, d.h. es sind alle Inverter zu zeichnen.
- Die disjunktive Baumdarstellung bitte aus der kanonisch disjunktive Normalform erstellen.
- Im Allgemeinen sind die Variablen gewichtet  $x_0$  entspricht  $2^0$ ,  $x_1$  entspricht  $2^1$ , usw., so dass man die Minterme und Maxterme als Zahl auffassen kann.
- Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.
- Es sind Gatter mit beliebig vielen Eingängen erlaubt.
- Im Venn-Diagramm bei den Mintermen bitte ausmalen oder eine 1 hineinschreiben
- Bei der Wertetabelle brauchen nur die Einsen geschrieben werden, ebenso im KV-Diagramm. Leere Felder sind immer gleich 0.

### Bemerkung:

- Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.  
Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.  
Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten.  
Analog gilt das auch für die Implikate.
- Kennzeichnung von  
Implikanten (I), Primimplikanten (PI) und Kernprimimplikanten (KPI),  
Implikate (Ika), Primimplikate (PIka) und Kernprimimplikate (KPIka)  
Beispiel für Primimplikate 1. Ordnung : (1,5), (2,10), (9,13)  
→ PIka2{(1,5), (2,10), (9,13)} usw.
- Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey  
Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant  
0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die  
Kosten n-1 usw.  
Analog gilt es auch für die (Prim)implikate  
Es kann mehrere minimale Funktionen mit gleichen Kosten geben.

## Hilfswerkzeuge:

Nr.	Wert	Nr.	Wert
0		16	
1		17	
2		18	
3		19	
4		20	
5		21	
6		22	
7		23	
8		24	
9		25	
10		26	
11		27	
12		28	
13		29	
14		30	
15		31	

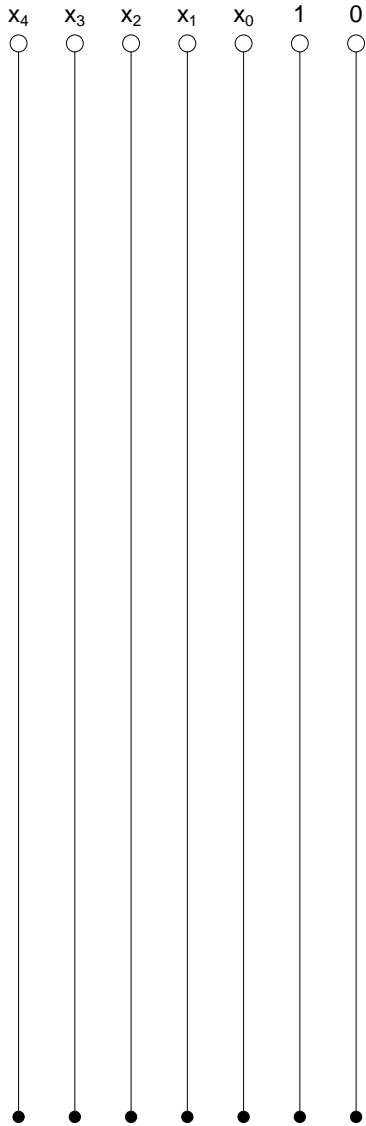


Hilfswerkzeuge:

$x_4=0$		$x_0$					
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
$x_3$	<b>0</b>	0	1	5	4	<b>0</b>	$x_1$
	<b>0</b>	2	3	7	6	<b>1</b>	
	<b>1</b>	10	11	15	14	<b>1</b>	
	<b>1</b>	8	9	13	12	<b>0</b>	
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
$x_3$	<b>0</b>	16	17	21	20	<b>0</b>	$x_1$
	<b>0</b>	18	19	23	22	<b>1</b>	
	<b>1</b>	26	27	31	30	<b>1</b>	
	<b>1</b>	24	25	29	28	<b>0</b>	
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
		$x_2$					

## Hilfswerkzeuge:



08.05.2009

# 1. Aufgabe Lösung

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

$x_4=0$		$x_0$					
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
$x_3$	<b>0</b>		1	1	1	<b>0</b>	$x_1$
	<b>0</b>		1	1	1	<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>0</b>	
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
$x_3$	<b>0</b>	1		1	1	<b>0</b>	$x_1$
	<b>0</b>		1	1	1	<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>1</b>	
	<b>1</b>					<b>0</b>	
		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
		$x_2$					

Bei logischen Schaltungen mit 5-Variablen kann man die Minimierung mittels 2 übereinander liegenden KV-Diagrammen vornehmen.

Dabei ist das KV-Diagramm für  $x_4=0$  oben und das für  $x_4=1$  unten.

# 1. Aufgabe Lösung

- 1.1. Bestimmen Sie die Minterme  $MINT(\dots)$
- 1.2. Bestimmen Sie die Maxterme  $MAXT(\dots)$
- 1.3. Bestimmen Sie die Tabelle
- 1.4. Bestimmen Sie die Primimplikanten (0. Ordnung und höher)
- 1.5. Bestimmen Sie die Kernprimimplikanten (0. Ordnung und höher)
- 1.6. Bestimmen Sie die Primimplikate (0. Ordnung und höher)
- 1.7. Bestimmen Sie die Kernprimimplikate (0. Ordnung und höher)
- 1.8. Bestimmen Sie die Gleichung(en) der disjunktiv minimierte(n) Form(en) mit den geringsten Kosten mittels des KV-Diagramms
- 1.9. Bestimmen Sie die Kosten
- 1.10. Bestimmen Sie die Schaltung
- 1.11. Bestimmen Sie die Gleichung(en) der konjunktiv minimierte(n) Form(en) mit den geringsten Kosten mittels des KV-Diagramms
- 1.12. Bestimmen Sie die Kosten
- 1.13. Bestimmen Sie die Schaltung

## Lösung - 1. Aufgabe

- 1.1. Bestimmen Sie die Minterme  $\text{MINt}(\dots)$
- 1.2. Bestimmen Sie die Maxterme  $\text{MAXt}(\dots)$
- 1.3. Bestimmen Sie die Tabelle

$$Q = \text{MINt}(1,3,4,5,6,7,16,19,20,21,22,23)$$

$$Q = \text{MAXt}(0,2,8,9,10,11,12,13,14,15,18, \\ 24,25,26,27,28,29,30,31)$$

Nr.	Wert	Nr.	Wert
0		16	1
1	1	17	
2		18	
3	1	19	1
4	1	20	1
5	1	21	1
6	1	22	1
7	1	23	1
8		24	
9		25	
10		26	
11		27	
12		28	
13		29	
14		30	
15		31	

## Lösung - 1. Aufgabe

- 1.4. Bestimmen Sie die Primimplikanten (0. Ordnung und höher)  
1.5. Bestimmen Sie die Kernprimimplikanten (0. Ordnung und höher)

PI0 {keine}

PI1{(16,20)}

P2 {(1,3,5,7), (3,7,19,23)}

P3 {(4,5,6,7,20,21,22,23)}

KPI0 {keine}

KPI1{(16,20)}

KP2 {(1,3,5,7), (3,7,19,23)}

KP3 {(4,5,6,7,20,21,22,23)}

Die Kernprimimplikanten sind gleich den Primimplikanten.

## Lösung - 1. Aufgabe

- 1.6. Bestimmen Sie die Primimplikate (0. Ordnung und höher)  
1.7. Bestimmen Sie die Kernprimimplikate (0. Ordnung und höher)

Pika0 {keine}

PIka1{(17,25)}

PIka2{(0,2,8,10), (2,10,18,26)}

PIka3{keine}

PIka4{(8,9,10,11,12,13,14,15,24,25,26,27,28,29,30,31)}

KPIka0{keine}

KPIka1{(17,25)}

KPIka2{(0,2,8,10), (2,10,18,26)}

KPIka3{keine}

KPIka4{(8,9,10,11,12,13,14,15,24,25,26,27,28,29,30,31)}

Die Kernprimimplikanten sind gleich den Primimplikanten.

## Lösung - 1. Aufgabe

- 1.8. Bestimmen Sie die Gleichung(en) der disjunktiv minimierte(n) Form(en) mit den geringsten Kosten mittels des KV-Diagramms
- 1.9. Bestimmen Sie die Kosten

KP0{keine}

$$\text{KP1}\{(16,20)\} \Rightarrow x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$\text{KP2}\{(1,3,5,7)\} \Rightarrow \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0$$

$$\text{KP2}\{(3,7,19,23)\} \Rightarrow \bar{x}_3 x_1 x_0$$

$$\text{KP3}\{(4,5,6,7,20,21,22,23)\} \Rightarrow \bar{x}_3 x_2$$

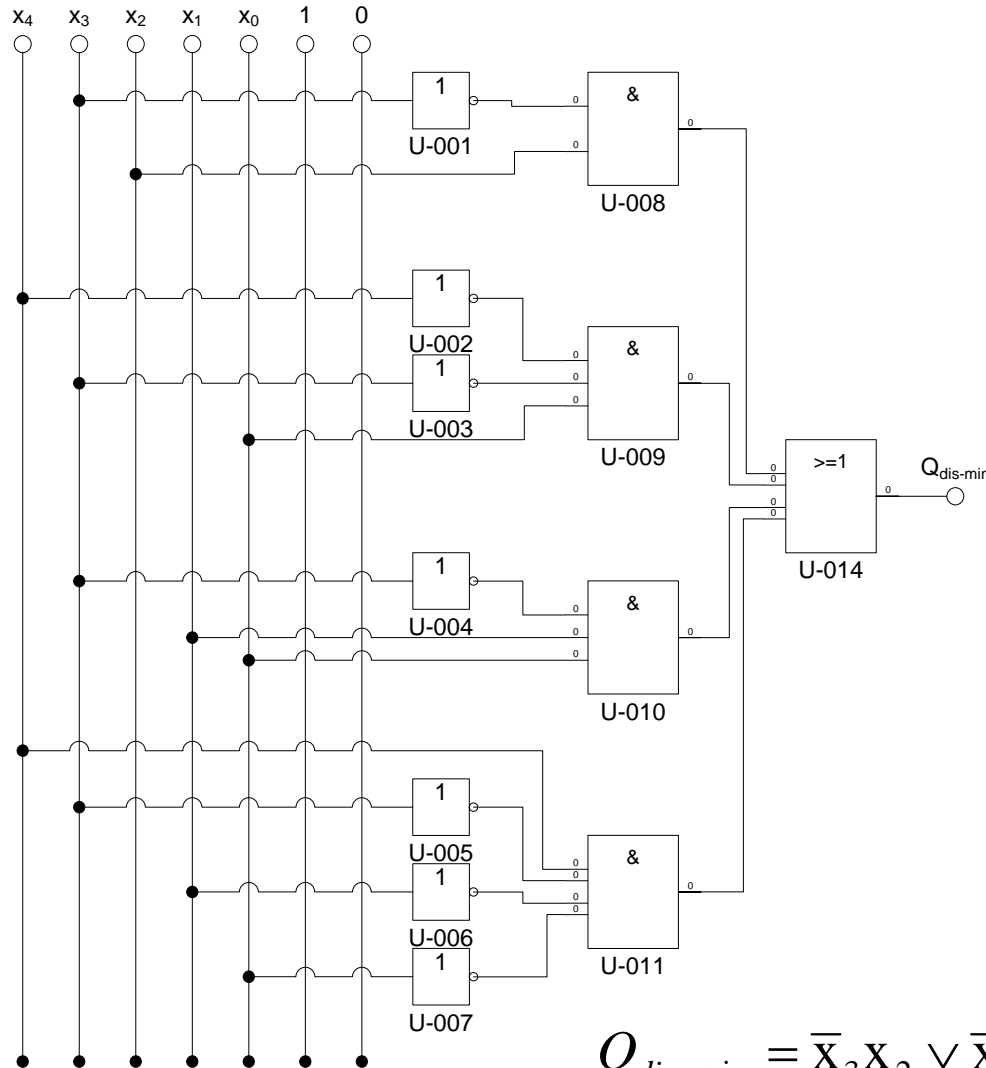
$$\text{Kosten}(Q_{dis-\min}) = 2 + 3 + 3 + 4 = 12$$

$$Q_{dis-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 x_1 x_0 \vee x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$



Lösung - 1. Aufgabe

1.10. Bestimmen Sie die Schaltung



$$Q_{dis-min} = \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 x_1 x_0 \vee x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

## Lösung - 1. Aufgabe

1.11. Bestimmen Sie die Gleichung(en) der konjunktiv minimierte(n) Form(en) mit den geringsten Kosten mittels des KV-Diagramms

1.12. Bestimmen Sie die Kosten

KPIka0{keine}

$$\text{KPIka1}\{(17,25)\} \Rightarrow \bar{x}_4 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$$

$$\text{KPIka2}\{(0,2,8,10)\} \Rightarrow x_4 \vee x_2 \vee x_0$$

$$\text{KPIka2}\{(2,10,18,26)\} \Rightarrow x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$$

KPIka3{keine}

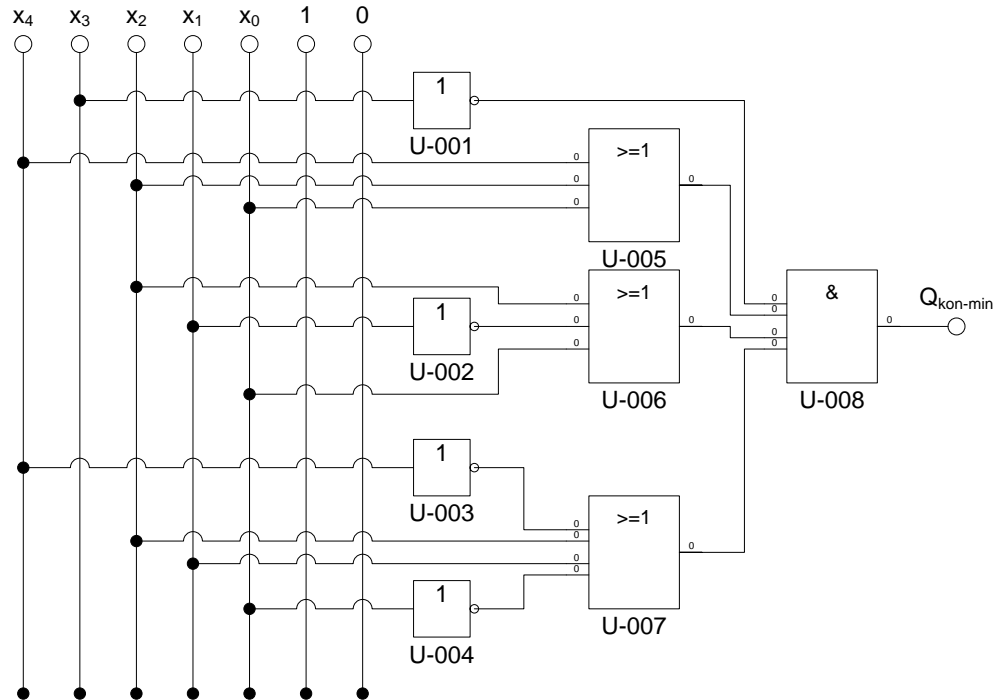
$$\text{KPIka4}\{(8,9,10,11,12,13,14,15,24,25,26,27,28,29,30,31)\} \Rightarrow \bar{x}_3$$

$$\text{Kosten}(Q_{\text{dis-min}}) = 1 + 3 + 3 + 4 = 11$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{kon-min}} &= f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) \\ &= (\bar{x}_3) \wedge (x_4 \vee x_2 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_4 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \end{aligned}$$

## Lösung - 1. Aufgabe

## 1.13. Bestimmen Sie die Schaltung



$$Q_{kon-min} = (\bar{x}_3) \wedge (x_4 \vee x_2 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_4 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0)$$

## 2. Aufgabe Lösung – Nicht ins Internet!

### Fragen zur Theorie

- 2.1. Nennen Sie die Huntington'schen Axiome.
- 2.2. Was versteht man unter einem Operatorensystem?
- 2.3. Erklären Sie den Begriff Produktterm.
- 2.4. Betrachtet man eine logische Schaltung.  
Was minimiert man bei unserem Kostensystem?
- 2.5. Was ist der Vorteil des Quine-McCluskey Verfahrens gegenüber dem KV-Diagramm?