UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Abt. Technische Informatik
*Gerätebeauftragter*
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 02-37
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
www: http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske
Sprechstunde: Mi. $14^{00}$ – $15^{00}$ (Vorlesungszeit)
Montag, 7. Mai 2007

# Studentenmitteilung

**2. Semester - SS 2007**

# Aufgaben zu Übung
# Grundlagen der Technischen Informatik 2

## 2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

### Minimierung logischer Schaltungen

Gegeben ist folgende konjunktive logische Gleichung:

$$Q = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = (x_3 \vee \overline{x}_2)(\overline{x}_3 \vee \overline{x}_2)(\overline{x}_3 \vee x_2 \vee x_0)(x_4 \vee \overline{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \overline{x}_0)$$

Diese Gleichung soll nun disjunktiv und konjunktiv minimiert werden.

Bei logischen Schaltungen mit 5-Variablen kann man die Minimierung mittels 2 übereinander liegenden KV-Diagrammen vornehmen.
Dabei ist das KV-Diagramm für $x_4$=0 oben und das für $x_4$=1 unten.

Aufgaben:

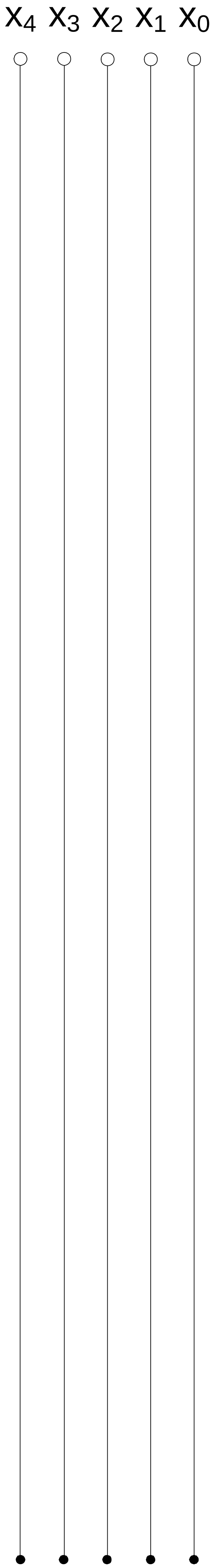
1. Bestimmen Sie die logische Schaltung entsprechend der logischen Gleichung Q
2. Bestimmen Sie die Wertetabelle
3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme
4. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die minimierte Gleichung $Q_{D\text{-}min}$ und die Kosten $K_{D\text{-}min}$ der disjunktiv minimierten Form.
5. Bestimmen Sie die Schaltung der disjunktiv minimierten Form $Q_{D\text{-}min}$
6. Bestimmen Sie die Primiplikanten und Kernprimiplikanten
7. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die minimierte Gleichung $Q_{K\text{-}min}$ und die Kosten $K_{K\text{-}min}$ der disjunktiv minimierten Form.
8. Bestimmen Sie die Schaltung der konjunktiv minimierten Form $Q_{K\text{-}min}$
9. Bestimmen Sie die Primiplikate und Kernprimiplikate

## Hilfen:

| Wertetabelle | | |
|---|---|---|
| **Nr.** | **Eingangsvariablen** $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$ | **A** |
| 0 | 00000 | |
| 1 | 00001 | |
| 2 | 00010 | |
| 3 | 00011 | |
| 4 | 00100 | |
| 5 | 00101 | |
| 6 | 00110 | |
| 7 | 00111 | |
| 8 | 01000 | |
| 9 | 01001 | |
| 10 | 01010 | |
| 11 | 01011 | |
| 12 | 01100 | |
| 13 | 01101 | |
| 14 | 01110 | |
| 15 | 01111 | |
| 16 | 10000 | |
| 17 | 10001 | |
| 18 | 10010 | |
| 19 | 10011 | |
| 20 | 10100 | |
| 21 | 10101 | |
| 22 | 10110 | |
| 23 | 10111 | |
| 24 | 11000 | |
| 25 | 11001 | |
| 26 | 11010 | |
| 27 | 11011 | |
| 28 | 11100 | |
| 29 | 11101 | |
| 30 | 11110 | |
| 31 | 11111 | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_4=0$ | | $x_0$ | | | | | |
| | | 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| | 0 | 0 | 1 | 5 | 4 | 0 | |
| $x_3$ | 0 | 2 | 3 | 7 | 6 | 1 | $x_1$ |
| | 1 | 10 | 11 | 15 | 14 | 1 | |
| | 1 | 8 | 9 | 13 | 12 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| | | $x_2$ | | | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_4=1$ | | $x_0$ | | | | | |
| | | 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| | 0 | 16 | 17 | 21 | 20 | 0 | |
| $x_3$ | 0 | 18 | 19 | 23 | 22 | 1 | $x_1$ |
| | 1 | 26 | 27 | 31 | 30 | 1 | |
| | 1 | 24 | 25 | 29 | 28 | 0 | |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| | | $x_2$ | | | | | |


$x_4$ $x_3$ $x_2$ $x_1$ $x_0$

**Bemerkung:**

**Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.**
**Beispiel: abc ≡ a∧b∧c**

**Für bestimmte Fälle wird $x_0$ mit $2^0=1$, $x_1$ mit $2^1=2$, $x_2$ mit $2^2=4$ und später $x_3$ mit $2^3=8$ u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.**
**Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.**
**Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.**
**Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind, wenn nicht anders angegeben, aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.**
**Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.**
**Zum Beispiel gilt für die Implikanten 1. Ordnung (1,5) und (2,6) I(1)={(1,5),(2,6)} 2. Ordnung (4,5,6,7) I(2)={(4,5,6,7)}. Für die Primimplikanten z.B: PI(1)= und die Kernimplikanten z.B: KPI(1)= . Entsprechend gilt für Implikate Ik, Primimplikate PIk und Kernprimimplikate KPIk.**
**Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Normalform oder einer disjunktiven Form aus.**
**Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.**

**Analog gilt es auch für die (Prim)implikate**

**Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.**

**Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.**
**Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.**
**Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten**
**Ebenso bei den Implikaten.**