# UNIVERSITÄT LEIPZIG



#### Institut für Informatik

# Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2006

Abt. Technische Informatik Gerätebeauftragter Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213 Zimmer: HG 02-37

e-mail: <u>lieske@informatik.uni-leipzig.de</u>
www: <u>http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske</u>
Sprechstunde: Mi. 14<sup>00</sup> – 15<sup>00</sup> (Vorlesungszeit)

## Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

### 3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

Gegeben ist die nebenstehende vollständige Funktionstabelle:

#### Aufgaben:

#### Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

- 1. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm
- 2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'sche" Tabelle
- 3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle
- 4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion ü<sub>f</sub>
- 5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen  $Q_{D1}$ -min(Kosten=....)=,  $Q_{D2}$ min(Kosten=....)=, ... mit den geringsten Kosten
- 6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q<sub>1</sub>-min(Kosten=.....)=, Q<sub>2</sub>-min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng)

#### Bemerkungen:

Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.

Es sollen keine Reduktionsregeln für die 2. Quinesche Tabelle benutzt, sondern die Überdeckungsfunktion bestimmt werden.

	Vollständige Funkti	onstabell	e
Nr.	Eingangsvariablen $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	Q	Anzahl Einsen
0	00000		
1	00001	1	
2	00010	1	
3	00010	1	
4	00100	1	
5	00101		
6	00110		
7	00111	1	
8	01000		
9	01001		
10	01010	1	
11	01011		
12	01100	1	
13	01101		
14	01110	1	
15	01111	1	
16	10000		
17	10001	1	
18	10010	1	
19	10011	1	
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111	1	
24	11000		
25	11001		
26	11010	1	
27	11011		
28	11100		
29	11101		
30	11110	1	
31	11111	1	

### Hilfen:

Nr.         Eingangsvariablen $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$ Q         Anzahl Einsen           0         00000         1         00001         1           2         00010         3         00011         1           4         00100         5         00101         1           6         00110         7         00111         1           8         01000         9         01001         1           10         01010         1         1         1           12         01100         1         1         1         1           13         01101         1		Vollständige Funkti	onstabell	e
0 00000 1 00001 2 00010 3 00011 4 00100 5 00101 6 00110 7 00111 8 01000 9 01001 11 01011 12 01100 13 01101 14 01110 15 01111 16 10000 17 10001 18 10010 19 10011 20 10100 21 10101 22 10110 23 10111 24 11000 25 11001 26 11010 27 11011 28 11100 29 11101 30 11110	Nr	Eingangsvariablen		Anzahl
1       00001         2       00010         3       00011         4       00100         5       00101         6       00110         7       00111         8       01000         9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         21       10100         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	INI.	$x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	<u> </u>	Einsen
2       00010         3       00011         4       00100         5       00101         6       00110         7       00111         8       01000         9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	0	00000		
3       00011         4       00100         5       00101         6       00110         7       00111         8       01000         9       01001         10       01010         11       0101         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	1	00001		
4       00100         5       00101         6       00110         7       00111         8       01000         9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	2	00010		
5       00101         6       00110         7       00111         8       01000         9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	3	00011		
6       00110         7       00111         8       01000         9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	4	00100		
7 00111 8 01000 9 01001 10 01010 11 01011 12 01100 13 01101 14 01110 15 01111 16 10000 17 10001 18 10010 19 10011 20 10100 21 10101 22 10110 23 10111 24 11000 25 11001 26 11010 27 11011 28 11100 29 11101 30 11110	5	00101		
8       01000         9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10100         21       10100         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	6	00110		
9       01001         10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	7	00111		
10       01010         11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10101         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	8	01000		
11       01011         12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10101         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	9	01001		
12       01100         13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	10	01010		
13       01101         14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10101         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	11	01011		
14       01110         15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	12	01100		
15       01111         16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	13	01101		
16       10000         17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	14	01110		
17       10001         18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	15	01111		
18       10010         19       10011         20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	16	10000		
19     10011       20     10100       21     10101       22     10110       23     10111       24     11000       25     11001       26     11010       27     11011       28     11100       29     11101       30     11110	17	10001		
20       10100         21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	18	10010		
21       10101         22       10110         23       10111         24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	19	10011		
22     10110       23     10111       24     11000       25     11001       26     11010       27     11011       28     11100       29     11101       30     11110	20	10100		
23     10111       24     11000       25     11001       26     11010       27     11011       28     11100       29     11101       30     11110	21	10101		
24       11000         25       11001         26       11010         27       11011         28       11100         29       11101         30       11110	22	10110		
25 11001 26 11010 27 11011 28 11100 29 11101 30 11110	23	10111		
25 11001 26 11010 27 11011 28 11100 29 11101 30 11110	24	11000		
26     11010       27     11011       28     11100       29     11101       30     11110	25	11001		
27     11011       28     11100       29     11101       30     11110	26	+		
28 11100 29 11101 30 11110	27			
29 11101 30 11110	28			
30 11110	29			
	30			
, — — — — — — — — — — — — — — — — — — —	31	11111		

1. "Quine'sche" Tabelle (1.Teil)											
			lnung								
Nr.	X <sub>4</sub> X <sub>3</sub> X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	Primim plikant	Nr.	X <sub>4</sub> X <sub>3</sub> X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	Primim plikant						

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

	1. "Quine'sche" Tabelle (2.Teil)											
		1. Or	lnung									
Nr.	x <sub>4</sub> x <sub>3</sub> x <sub>2</sub> x <sub>1</sub> x <sub>0</sub>	Primim plikant	Nr.	X <sub>4</sub> X <sub>3</sub> X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	Primim plikant							

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

	1. "Quine'sche" Tabelle (3.Teil)											
			lnung									
Nr.	X <sub>4</sub> X <sub>3</sub> X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	Primim plikant	Nr.	X <sub>4</sub> X <sub>3</sub> X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	Primim plikant							

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

	1. "Quine'sche" Tabelle (4.Teil)											
3. Ordnung												
X <sub>4</sub> X <sub>3</sub> X <sub>2</sub> X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	Primi m- Pli- kant	Nr.	x <sub>4</sub> x <sub>3</sub> x <sub>2</sub> x <sub>1</sub> x <sub>0</sub>	Prim im- Pli- kant								
	X4X3X2X1X0	x <sub>4</sub> x <sub>3</sub> x <sub>2</sub> x <sub>1</sub> x <sub>0</sub> m-Pli-kant	x <sub>4</sub> x <sub>3</sub> x <sub>2</sub> x <sub>1</sub> x <sub>0</sub> m-Pli-kant Nr.	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub> x <sub>2</sub> x <sub>1</sub> x <sub>0</sub> m-  pli-  kant   Nr.  x <sub>1</sub> x <sub>3</sub> x <sub>2</sub> x <sub>1</sub> x <sub>0</sub>								

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (5.Teil)										
4. Ordnung										
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant								

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

	2. "Quine'sche" Tabelle																		
		Minterme											Kosten						
Prim- implkant																			

#### **Bemerkung:**

Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen. Beispiel: abc ≡ a∧b∧c

Für bestimmte Fälle wird  $x_0$  mit  $2^0$ =1,  $x_1$  mit  $2^1$ =2,  $x_2$  mit  $2^2$ =4 und später  $x_3$  mit  $2^3$ =8 u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.

Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.

Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.

Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.

Zum Beispiel gilt für die Implikanten 1. Ordnung (1,5) und (2,6)  $I(1)=\{(1,5),(2,6)\}$ 

2. Ordnung (4,5,6,7) I(2)={(4,5,6,7)}. Für die Primimplikanten z.B: PI(1)= und die Kernimplikanten z.B: KPI(2)=

Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Normalform oder einer disjunktiven Form aus.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten. Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.

Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten