



## Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2004

Abt. Technische Informatik

Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 02-37

e-mail: [lieske@informatik.uni-leipzig.de](mailto:lieske@informatik.uni-leipzig.de)

www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>

Sprechstunde: Mi. 14<sup>00</sup> – 15<sup>00</sup> (Vorlesungszeit)

## Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

### 4. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

#### Entwurf eines 2-Bit Multiplizierers

Entwerfen Sie die Schaltung eines Multiplizierers, der die 2-Bit-Zahlen  $X=(X_1, X_0)$  und  $Y=(Y_1, Y_0)$  miteinander zu der Zahl  $Q(Q_3, Q_2, Q_1, Q_0)$  multipliziert. Es sind die Funktionen  $Q_{3-min}$ ,  $Q_{2-min}$ ,  $Q_{1-min}$  und  $Q_{0-min}$  zu bestimmen. Die Funktion ist wahr, wenn der Wert „1“ ist.

#### Aufgaben:

**Gesamtpunktzahl: 10 Punkte**

1. Bestimmen Sie die Wertetabelle für  $Q_3$ ,  $Q_2$ ,  $Q_1$  und  $Q_0$  **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie die KV-Diagramme **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die minimierten logischen Gleichungen  $Q_{3-min}$ ,  $Q_{2-min}$ ,  $Q_{1-min}$  und  $Q_{0-min}$  **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Schaltungen für  $Q_{3-min}$ ,  $Q_{2-min}$ ,  $Q_{1-min}$  und  $Q_{0-min}$  **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Schaltungen als PAL für  $Q_{3-min}$ ,  $Q_{2-min}$ ,  $Q_{1-min}$  und  $Q_{0-min}$  **2 Punkte**

#### Bemerkungen:

Es sind nur AND- OR- und NOT-Gatter zu verwenden.

Diese Gatter können beliebig viele Eingänge haben.

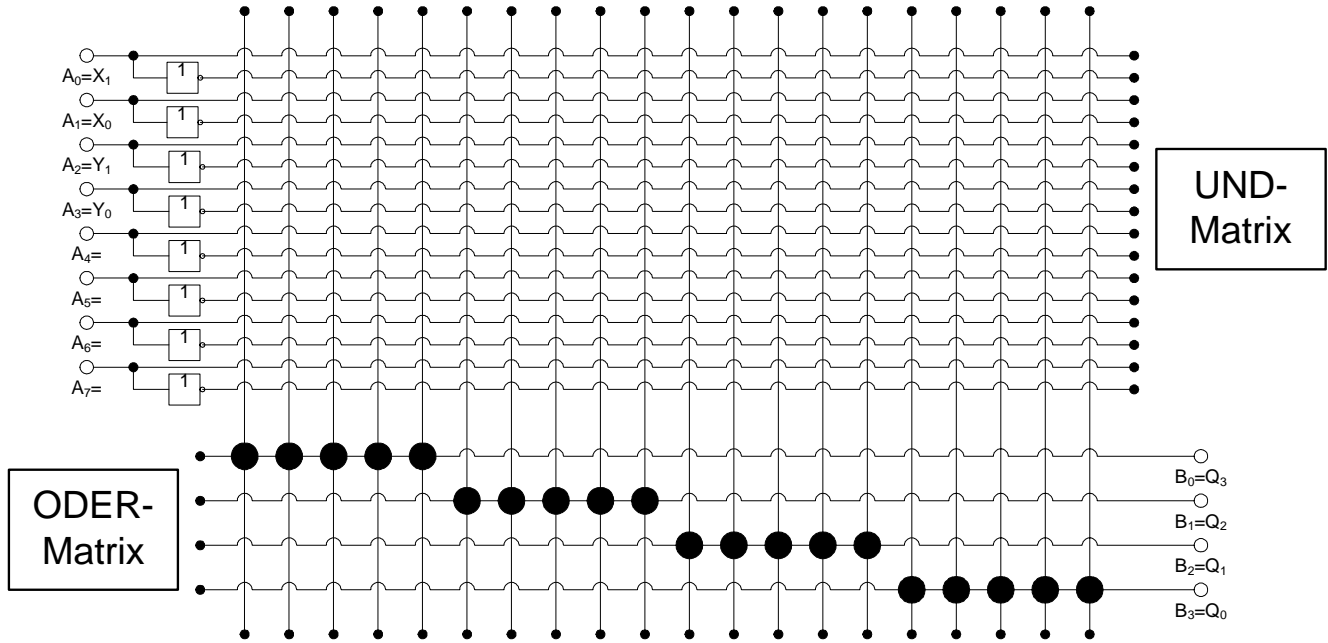
Es sind keine strengen Schaltungen gefordert, d.h. es können Leitungen für die normalen- und invertierten Eingangsvariablen verwendet werden.

Bei der Realisierung als PLA und PAL sind für die UND- und ODER-Verknüpfungen Punkte zu setzen.

Nr	Eingänge				Ausgänge				
	$Y$	$Y_1, Y_0$	$X$	$X_1, X_0$	$Q$	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$
0	0	00	0	00					
1	0	00	1	01					
2	0	00	2	10					
3	0	00	3	11					
4	1	01	0	00					
5	1	01	1	01					
6	1	01	2	10					
7	1	01	3	11					
8	2	10	0	00					
9	2	10	1	01					
10	2	10	2	10					
11	2	10	3	11					
12	3	11	0	00					
13	3	11	1	01					
14	3	11	2	10					
15	3	11	3	11					

		$X_0$					
		0	1	1	0		
$Y_1$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$Y_0$					

# Realisierung mit einer PAL



## 4. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

### Entwurf eines Binär Code – Gray Code Decoders

Entwerfen Sie die Schaltung eines Decoders, der einen 4-Bit Binärcode in einen 4-Bit Graycode wandelt. Die Eingänge sind  $B(B_3, B_2, B_1, B_0)$ . Die Ausgänge sind  $G(G_3, G_2, G_1, G_0)$ .

#### Aufgaben:

**Gesamtpunktzahl: 10 Punkte**

1. Bestimmen Sie die Wertetabelle für  $(G_3, G_2, G_1, G_0)$  **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie die KV-Diagramme **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die minimierte logische Gleichungen  $(G_{3 \text{ min}}, G_{2 \text{ min}}, G_{1 \text{ min}}, G_{0 \text{ min}})$  **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Schaltungen für  $(G_{3 \text{ min}}, G_{2 \text{ min}}, G_{1 \text{ min}}, G_{0 \text{ min}})$  **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Schaltungen als PLA für  $(G_{3 \text{ min}}, G_{2 \text{ min}}, G_{1 \text{ min}}, G_{0 \text{ min}})$  **2 Punkte**

#### Bemerkungen:

**Es sind nur AND- OR- und NOT-Gatter zu verwenden.**

**Diese Gatter können beliebig viele Eingänge haben.**

**Es sind keine strengen Schaltungen gefordert, d.h. es können Leitungen für die normalen- und invertierten Eingangsvariablen verwendet werden.**

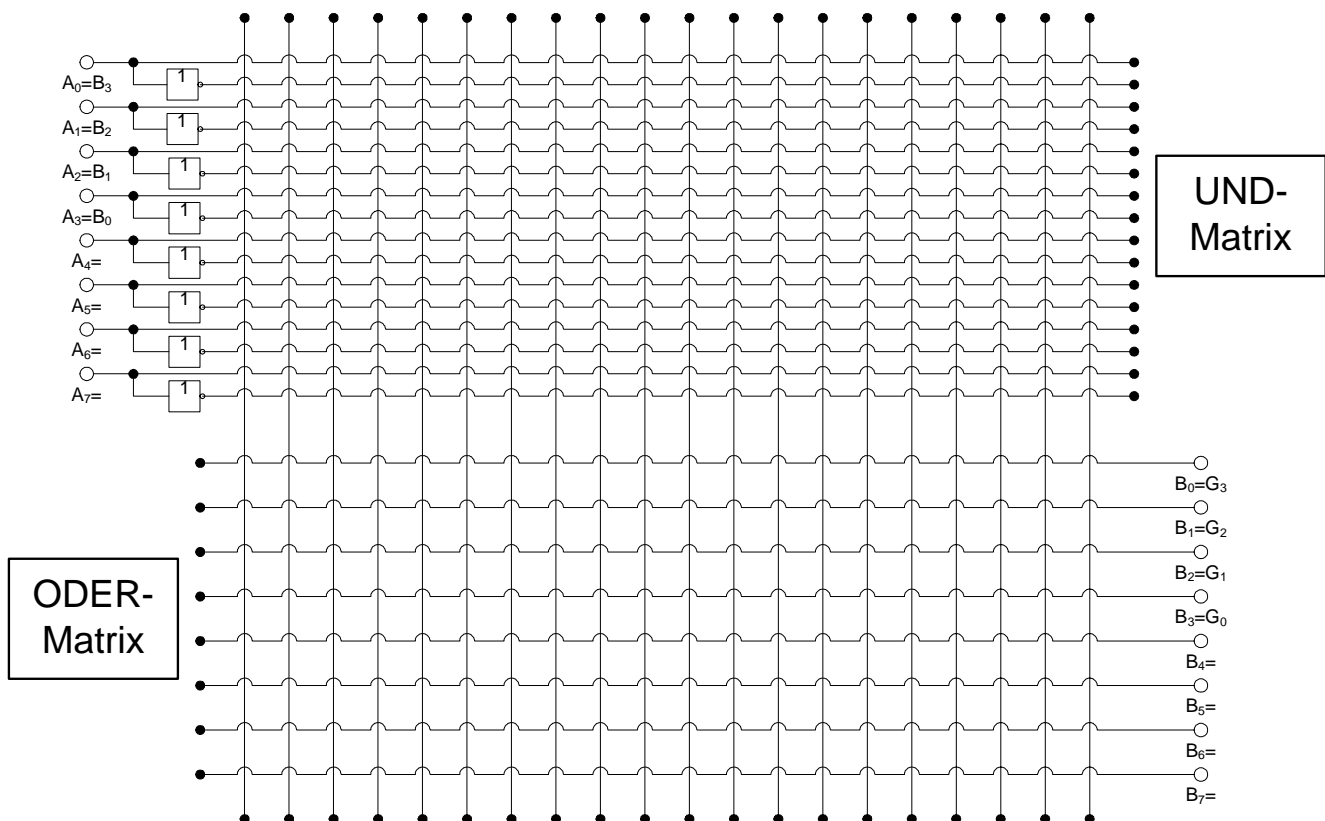
**Bei der Realisierung als PLA und PAL sind für die UND- und ODER-Verknüpfungen Punkte zu setzen.**

Wertetabelle					
	Eingangsvariablen	Ausgangsvariablen			
Nr.	$B_3, B_2, B_1, B_0$	$G_3$	$G_2$	$G_1$	$G_0$
0	0000				
1	0001				
2	0010				
3	0011				
4	0100				
5	0101				
6	0110				
7	0111				
8	1000				
9	1001				
10	1010				
11	1011				
12	1100				
13	1101				
14	1110				
15	1111				

		B <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
B <sub>3</sub>	0	0	1	5	4	0	B <sub>1</sub>
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		B <sub>2</sub>					

Wertetabelle		
Dezimalcode	Binärcode	Graycode
$D_1, D_0$	$B_3, B_2, B_1, B_0$	$G_3, G_2, G_1, G_0$
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

Realisierung mit einer PLA



## 4. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

### Konjunktive Minimierung logischer Schaltungen

Zur Nutzung einer konjunktiven PLA (erst ODER-Matrix, dann UND-Matrix) muss die logische Gleichung konjunktiv minimiert werden. Es müssen hier die Maxterme (Nullstellen) minimiert werden.

Gegeben ist folgende Tabelle:

Zahl	Eingangsvariablen $x_3, x_2, x_1, x_0$	Q
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	1
6	0110	
7	0111	1
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	1
13	1101	
14	1110	1
15	1111	

**Aufgaben:**

**Gesamtpunktzahl: 10 Punkte**

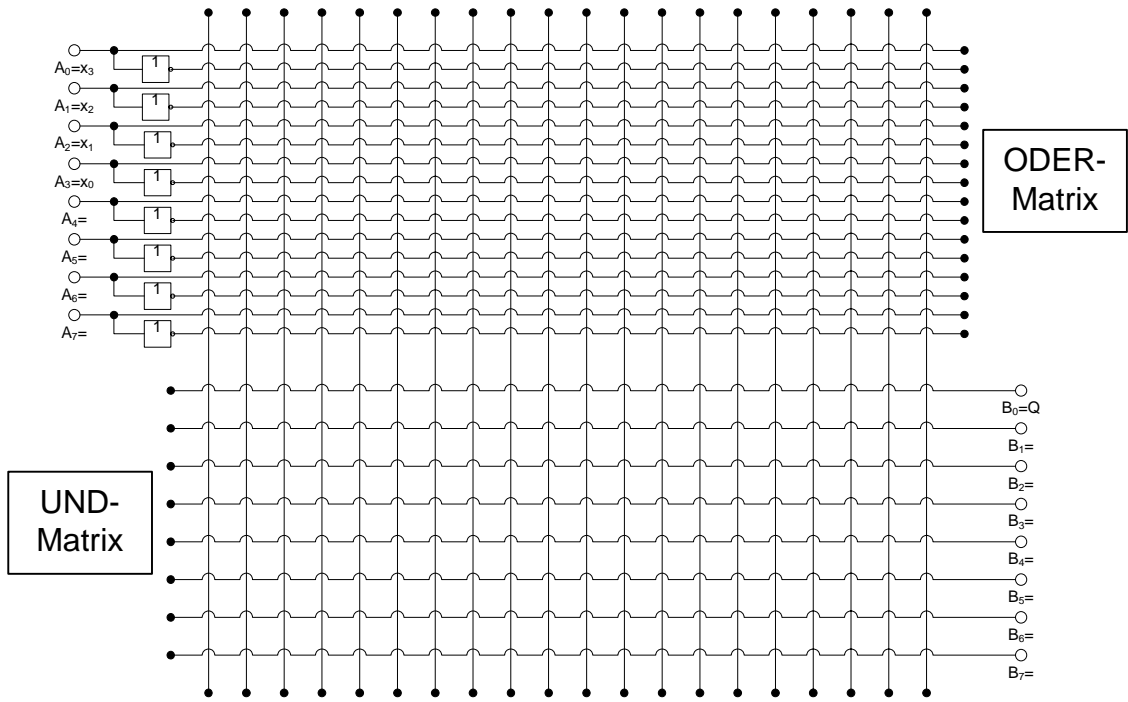
1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm **3 Punkte**
2. Minimieren Sie die logische Gleichung mittels der Nullen (konjunktive Minimierung) und bestimmen Sie die konjunktive Minimalform  $Q_{\text{konj-min}}$  **3 Punkte**
3. Zeichnen Sie die strenge minimierte Schaltung für  $Q_{\text{konj-min}}$  **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Schaltungen als konjunktive PLA für  $Q_{\text{konj-min}}$  **2 Punkte**

		$X_0$					
		0	1	1	0		
$X_3$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$X_2$					

		$X_0$					
		0	1	1	0		
$X_3$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$X_2$					



## Realisierung mit einer konjunktiven PLA

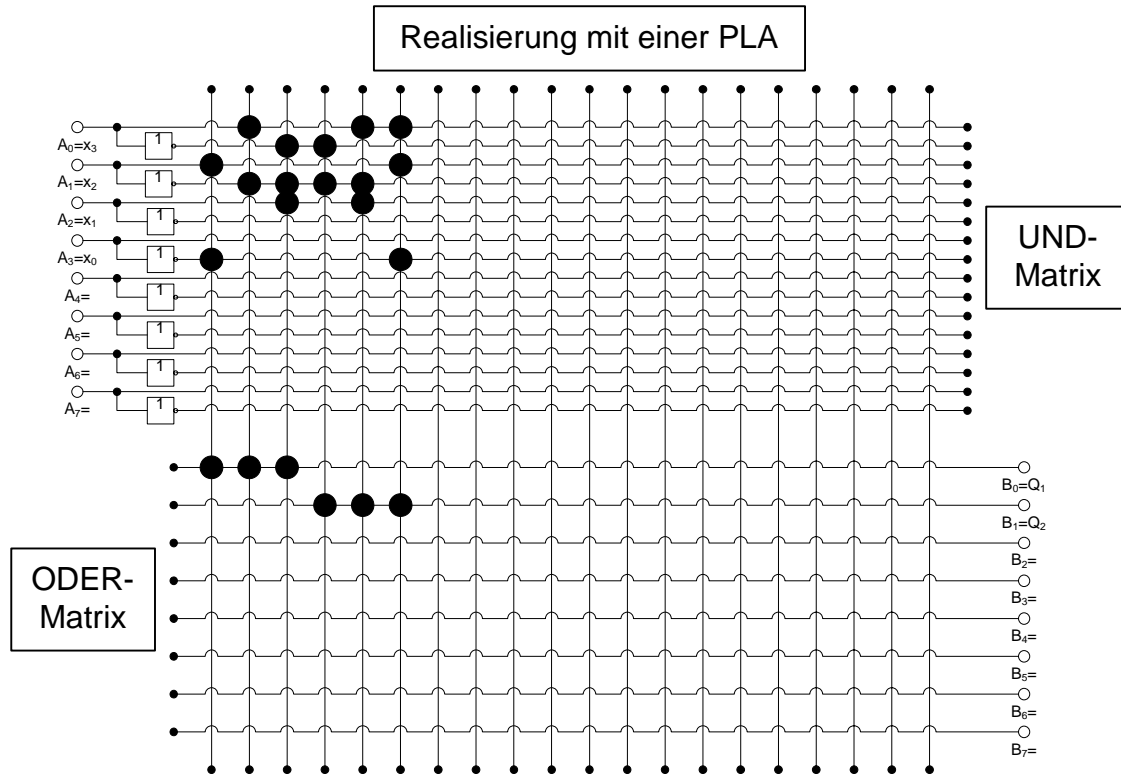


**Es sind nur AND- OR- und NOT-Gatter zu verwenden.  
 Diese Gatter können beliebig viele Eingänge haben.  
 Bei der Realisierung als PLA und PAL sind für die UND- und ODER-Verknüpfungen Punkte zu setzen.**

## Beispiel für PLA – Programmierung:

$$Q_1 = f_1(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$Q_2 = f_2(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0$$



## Lösung:

### 4. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

#### Entwurf eines 2-Bit Multiplizierers

1. Bestimmen Sie die Wertetabelle für  $Q_3$ ,  $Q_2$ ,  $Q_1$  und  $Q_0$

Nr	Eingänge				Ausgänge				
	$Y$	$Y_1, Y_0$	$X$	$X_1, X_0$	$Q$	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$
0	0	00	0	00	0	0	0	0	0
1	0	00	1	01	0	0	0	0	0
2	0	00	2	10	0	0	0	0	0
3	0	00	3	11	0	0	0	0	0
4	1	01	0	00	0	0	0	0	0
5	1	01	1	01	1	0	0	0	1
6	1	01	2	10	2	0	0	1	0
7	1	01	3	11	3	0	0	1	1
8	2	10	0	00	0	0	0	0	0
9	2	10	1	01	2	0	0	1	0
10	2	10	2	10	4	0	1	0	0
11	2	10	3	11	6	0	1	1	0
12	3	11	0	00	0	0	0	0	0
13	3	11	1	01	3	0	0	1	1
14	3	11	2	10	6	0	1	1	0
15	3	11	3	11	9	1	0	0	1

## 2. Bestimmen Sie die KV-Diagramme

$Q_3$		$X_0$					
		0	1	1	0		
$Y_1$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$Y_0$					

1 – Block  
MINT(15)  
Funktion :  $Y_1 Y_0 X_1 X_0$   
Kosten : 4

$Q_2$		$X_0$					
		0	1	1	0		
$Y_1$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	1	1	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$Y_0$					

2 – Block  
MINT(10,11)  
Funktion :  $Y_1 \bar{Y}_0 X_1$   
Kosten : 3

2 – Block  
MINT(10,14)  
Funktion :  $Y_1 X_1 \bar{X}_0$   
Kosten : 3

$Q_1$		$X_0$					
		0	1	1	0		
$Y_1$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$Y_0$					

2 – Block  
MINT (6,7)  
Funktion :  $\bar{Y}_1 Y_0 X_1$   
Kosten : 3

2 – Block  
MINT (6,14)  
Funktion :  $Y_0 X_1 \bar{X}_0$   
Kosten : 3

2 – Block  
MINT (9,11)  
Funktion :  $Y_1 \bar{Y}_0 X_0$   
Kosten : 3

2 – Block  
MINT (9,13)  
Funktion :  $Y_1 \bar{X}_1 X_0$   
Kosten : 3

$Q_0$		$X_0$					
		0	1	1	0		
$Y_1$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$Y_0$					

4 – Block  
MINT (5,7,13,15)  
Funktion :  $Y_0 X_0$   
Kosten : 2

**3. Bestimmen Sie die minimierten logischen Gleichungen  $Q_{3-\min}$ ,  $Q_{2-\min}$ ,  $Q_{1-\min}$  und  $Q_{0-\min}$**

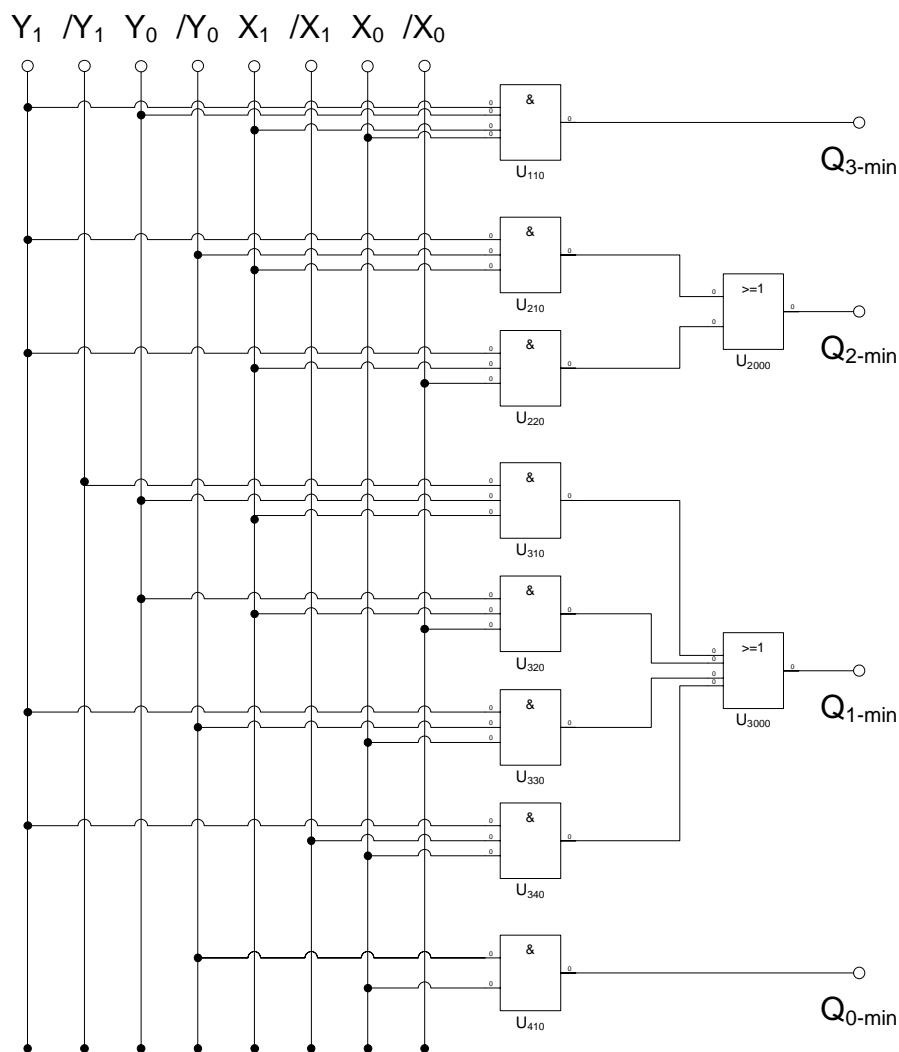
$$Q_{3-\min} = Y_1 Y_0 X_1 X_0$$

$$Q_{2-\min} = Y_1 \bar{Y}_0 X_1 \vee Y_1 X_1 \bar{X}_0$$

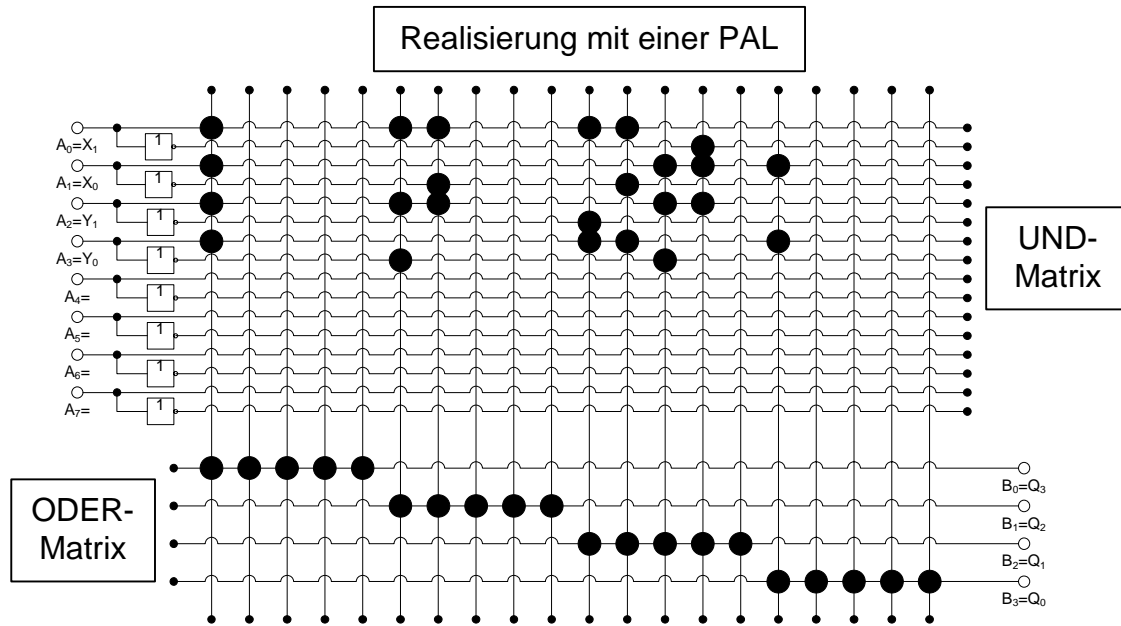
$$Q_{1-\min} = \bar{Y}_1 Y_0 X_1 \vee Y_0 X_1 \bar{X}_0 \vee Y_1 \bar{Y}_0 X_0 \vee Y_1 \bar{X}_1 X_0$$

$$Q_{0-\min} = Y_0 X_0$$

**4. Bestimmen Sie die Schaltungen für  $Q_{3-\min}$ ,  $Q_{2-\min}$ ,  $Q_{1-\min}$  und  $Q_{0-\min}$**



5. Bestimmen Sie die Schaltungen als PAL für  $Q_3$ -min,  $Q_2$ -min,  $Q_1$ -min und  $Q_0$ -min



#### 4. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

### Entwurf eines Binär Code – Gray Code Decoders

1. Bestimmen Sie die Wertetabelle für  $(G_3, G_2, G_1, G_0)$

Wertetabelle					
	Eingangsvariablen	Ausgangsvariablen			
Nr.	$B_3, B_2, B_1, B_0$	$G_3$	$G_2$	$G_1$	$G_0$
0	0000	0	0	0	0
1	0001	0	0	0	1
2	0010	0	0	1	1
3	0011	0	0	1	0
4	0100	0	1	1	0
5	0101	0	1	1	1
6	0110	0	1	0	1
7	0111	0	1	0	0
8	1000	1	1	0	0
9	1001	1	1	0	1
10	1010	1	1	1	1
11	1011	1	1	1	0
12	1100	1	0	1	0
13	1101	1	0	1	1
14	1110	1	0	0	1
15	1111	1	0	0	0



## 2. Bestimmen Sie die KV-Diagramme

$G_3$		$B_0$					
		0	1	1	0		
$B_3$	0	0	1	5	4	0	$B_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	0	
		0	0	1	1		
		$B_2$					

8 – Block

$MINT(10,11,12,13,14,15)$

Funktion :  $B_3$

Kosten : 1

4 – Block

$MINT(4,5,6,7)$

Funktion :  $\bar{B}_3 B_2$

Kosten : 2

$G_2$		$B_0$					
		0	1	1	0		
$B_3$	0	0	1	1	4	0	$B_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	0	
		0	0	1	1		
		$B_2$					

4 – Block

$MINT(8,9,10,11)$

Funktion :  $B_3 \bar{B}_2$

Kosten : 2

$G_1$		$B_0$					
		0	1	1	0		
$B_3$	0	0	1	1	0	$B_1$	
	0	1	1		1		
	1	1	1		1		
	1			1	0		
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		$B_2$					

4 – Block

*MINT* (2,3,10,11)

*Funktion* :  $\overline{B}_2 B_1$

*Kosten* : 2

4 – Block

*MINT* (8,9,10,11)

*Funktion* :  $B_2 \overline{B}_1$

*Kosten* : 2

$G_0$		$B_0$					
		0	1	1	0		
$B_3$	0	0	1	1	0	$B_1$	
	0	1		1	1		
	1	1		1	1		
	1		1	1	0		
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		$B_2$					

4 – Block

*MINT* (1,5,9,13)

*Funktion* :  $\overline{B}_1 B_0$

*Kosten* : 2

4 – Block

*MINT* ()

*Funktion* :  $B_1 \overline{B}_0$

*Kosten* : 2

**3. Bestimmen Sie die minimierte logische Gleichungen ( $G_{3\text{-min}}$ ,  $G_{2\text{-min}}$ ,  $G_{1\text{-min}}$ ,  $G_{0\text{-min}}$ )**

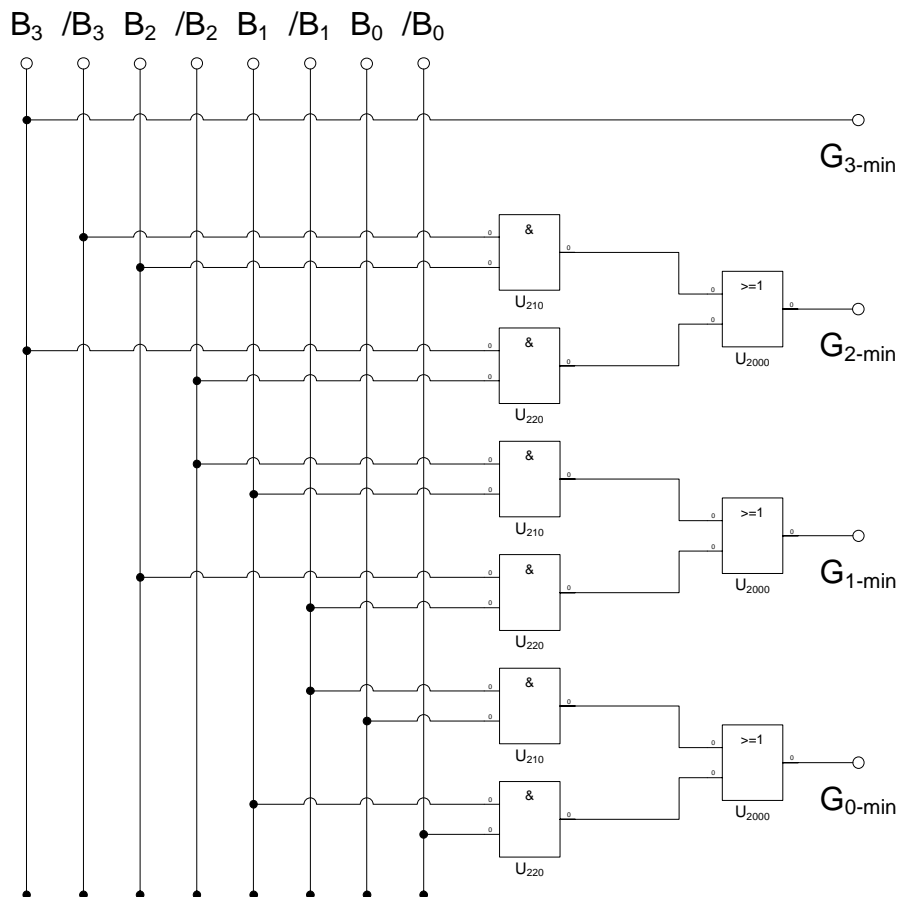
$$G_{3\text{-min}} = B_3$$

$$G_{2\text{-min}} = \overline{B_3} B_2 \vee B_3 \overline{B_2}$$

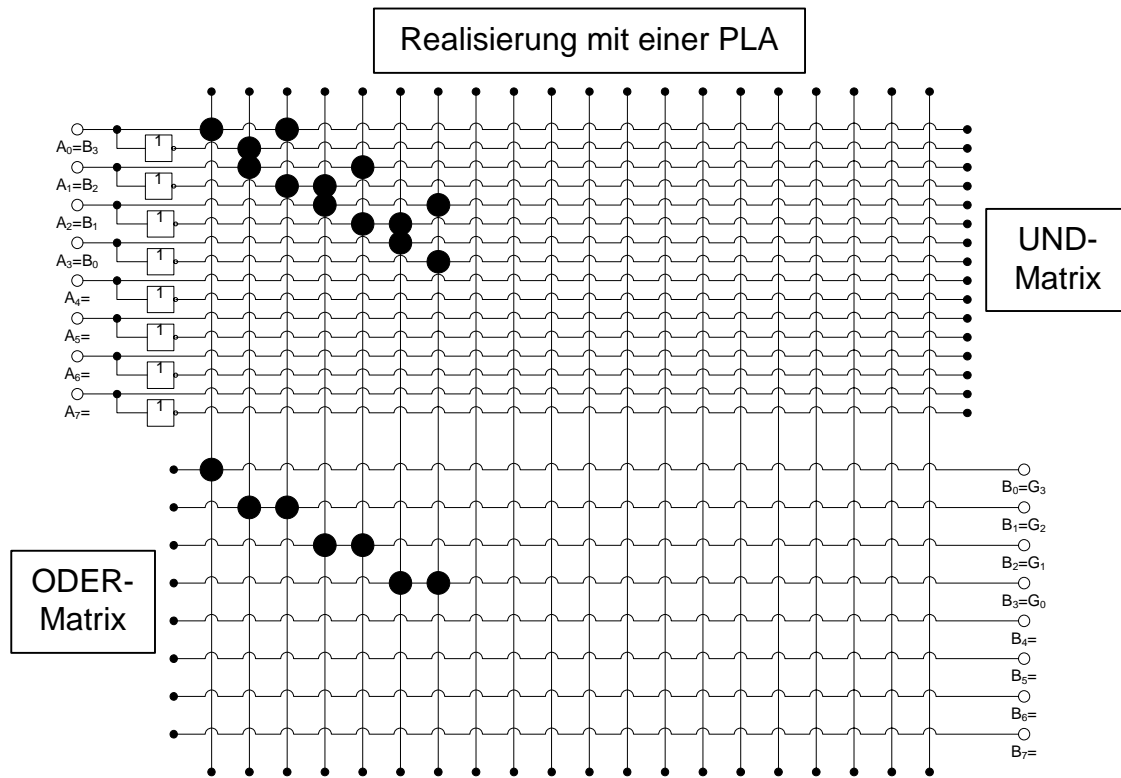
$$G_{1\text{-min}} = \overline{B_2} B_1 \vee B_2 \overline{B_1}$$

$$G_{0\text{-min}} = \overline{B_1} B_0 \vee B_1 \overline{B_0}$$

**4. Bestimmen Sie die Schaltungen für ( $G_{3\text{-min}}$ ,  $G_{2\text{-min}}$ ,  $G_{1\text{-min}}$ ,  $G_{0\text{-min}}$ )**



5. Bestimmen Sie die Schaltungen als PLA für ( $G_3 \text{ min}$ ,  $G_2 \text{ min}$ ,  $G_{\text{min } 1}$ ,  $G_0 \text{ min}$ )



## 4. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

### Konjunktive Minimierung logischer Schaltungen

#### 1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm

		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	0	1	1	4	0	$x_1$
	0	2	3	5	6	1	
	1	10	11	7	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	0 0	0 1	5	0 4	0	x <sub>1</sub>
	0	0 2	0 3	7	0 6	1	
	1	0 10	0 11	0 15	14	1	
	1	0 8	0 9	0 13	12	0	
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

8 – Block

MAXT(0,1,2,3,8,9,10,11)

Funktion:  $\overline{\overline{x}}_2 = x_2$

Kosten: 1

4 – Block

MAXT(0,2,4,6)

Funktion:  $\overline{\overline{x}_3 \overline{x}_0} = \overline{\overline{x}_3} \vee \overline{\overline{x}_0} = (x_3 \vee x_0)$

Kosten: 2

		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	0 0	0 1	5	0 4	0	x <sub>1</sub>
	0	0 2	0 3	7	0 6	1	
	1	0 10	0 11	0 15	14	1	
	1	0 8	0 9	0 13	12	0	
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

4 – Block

MAXT(9,11,13,15)

Funktion:  $\overline{\overline{x}_3 x_0} = (\overline{\overline{x}_3} \vee \overline{\overline{x}_0})$

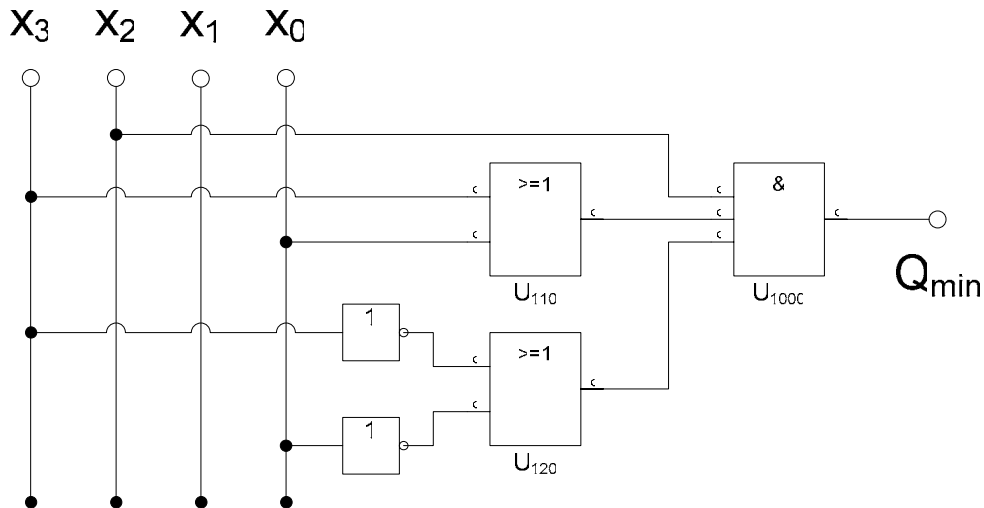
Kosten: 2

$Q_{\min} = x_2(x_3 \vee x_0)(\overline{\overline{x}_3} \vee \overline{\overline{x}_0})$

2. Minimieren Sie die logische Gleichung mittels der Nullen (konjunktive Minimierung) und bestimmen Sie die konjunktive Minimalform  $Q_{\text{konj-min}}$

$$Q_{\text{min}} = x_2(x_3 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_0)$$

3. Zeichnen Sie die strenge minimierte Schaltung für  $Q_{\text{konj-min}}$



4. Bestimmen Sie die Schaltungen als konjunktive PLA für  $Q_{\text{konj-min}}$

