

Seminaraufgaben

2.Semester – Sommersemester 2002

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 02-37
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>
Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰ (Vorlesungszeit)

Aufgaben zur Übung Grundlagen der Technische Informatik 2

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

(Gesamtpunktzahl=30 Punkte)

Mit Hilfe eines Logikanalysators wurde die Wahrheitstabelle der logischen Funktion Q auf Seite 2 ermittelt.

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle. **1 Punkt**
2. Bestimmen Sie die Minterme und die Maxterme der Funktion. **1 Punkt**
3. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm. **1 Punkt**
4. Bestimmen Sie die 1. Quinesche Tabelle **4 Punkte**
5. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle **3 Punkte**
6. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f . **4 Punkte**
7. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten. **4 Punkte**
8. Zeichnen Sie die Schaltpläne der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... nach der Gleichung (streng). **4 Punkte**
9. Bestimmen Sie die Gleichung der minimierten Funktionen nur mit NAND-Gattern. **4 Punkte**
10. Bestimmen Sie die Schaltung der minimierten Funktionen nur mit NAND-Gattern. **4 Punkte**

Bemerkungen:

Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.

Inverter sind in Teil 9. und 10. als Spezialfall der NAND- Gatter auf der untersten Ebene erlaubt.

Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q
0	00000	1
1	00001	1
2	00010	1
3	00011	1
4	00100	1
5	00101	1
6	00110	1
7	00111	1
8	01000	
9	01001	
10	01010	1
11	01011	1
12	01100	
13	01101	
14	01110	
15	01111	
16	10000	1
17	10001	1
18	10010	
19	10011	
20	10100	1
21	10101	1
22	10110	
23	10111	
24	11000	
25	11001	1
26	11010	
27	11011	1
28	11100	
29	11101	
30	11110	1
31	11111	

Hilfen:

vollständige Funktionstabelle					
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Anzahl Einsen	Minterme	Maxterme
0	00000			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	00001			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
2	00010			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	00011			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
4	00100			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
5	00101			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0 x_4 \vee$
6	00110			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	00111			$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
8	01000			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
9	01001			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
10	01010			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
11	01011			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
12	01100			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
13	01101			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
14	01110			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
15	01111			$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
16	10000			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
17	10001			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
18	10010			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
19	10011			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
20	10100			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
21	10101			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
22	10110			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
23	10111			$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
24	11000			$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
25	11001			$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
26	11010			$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
27	11011			$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
28	11100			$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
29	11101			$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
30	11110			$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
31	11111			$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

Nicht vorhandene Terme sind zu streichen!

1. Quinesche Tabelle (2.Teil)

1. Ordnung

Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. Quinesche Tabelle (3.Teil)					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. Quinesche Tabelle (4. Teil)					
3. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim- plikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim- plikant

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. Quinesche Tabelle (5.Teil)					
4. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

Lösung

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

(Gesamtpunktzahl=30 Punkte)

Aufgaben: Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle.
2. Bestimmen Sie die Minterme und die Maxterme der Funktion.
3. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm.

1 Punkt
1 Punkt
1 Punkt

vollständige Funktionstabelle					
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Anzahl Einsen	Minterme	Maxterme
0	00000	1	0	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
1	00001	1	1	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	00010	1	1	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	00011	1	2	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	00100	1	1	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	00101	1	2	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
6	00110	1	2	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
7	00111	1	3	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
8	01000				$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
9	01001				$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
10	01010	1	2	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
11	01011	1	3	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
12	01100				$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
13	01101				$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
14	01110				$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
15	01111				$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
16	10000	1	1	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
17	10001	1	2	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
18	10010				$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
19	10011				$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
20	10100	1	2	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
21	10101	1	3	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
22	10110				$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
23	10111				$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
24	11000				$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
25	11001	1	3	$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
26	11010				$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
27	11011	1	4	$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
28	11100				$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
29	11101				$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
30	11110	1	4	$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
31	11111				$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

Nicht vorhandene Terme sind zu streichen!

1. Quinesche Tabelle (1. Teil)					
0. Ordnung			1. Ordnung		
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0	00000		0,1	0000-	
			0,2	000-0	
1	00001		0,4	00-00	
2	00010		0,16	-0000	
4	00100				
16	10000		1,3	000-1	
			1,5	00-01	
3	00011		1,17	00-1-	
5	00101		2,3	0001-	
6	00110		2,6	00-10	
10	01010		2,10	0-010	
17	10001		4,5	0010-	
20	10100		4,6	001-0	
			4,20	-0100	
7	00111		16,17	1000-	
11	01011		16,20	10-00	
21	10101				
25	11001		3,7	00-11	
			3,11	0-011	
27	11011		5,7	001-1	
30	11110	0A	5,21	-0101	
			6,7	0011-	
			10,11	0101-	
			17,21	10-01	
			17,25	1-001	1A
			20,21	1010-	
			11,27	-1011	1B
			25,27	110-1	1C

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. Quinesche Tabelle (1.Teil)					
2. Ordnung			3. Ordnung		
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1, 2,3	000--		0,1, 2,3 - 4,5, 6,7	00---	3A
0,1, 4,5	00-0-		0,1, 4,5 - 2,3, 6,7	00---	
0,1, 16,17	-000-		0,2, 4,6 - 1,3, 5,7	00---	
0,2, 1,3	000--				
0,2, 4,6	00--0		0,1, 4,5 - 16,17, 20,21	-0-0-	3B
0,4, 1,5	00-0-		0,1, 16,17 - 4,5, 20,21	-0-0-	
0,4, 2,6	00--0		0,4, 16,20 - 1,5 17,21	-0-0-	
0,4, 16,20	-0-00				
0,16, 1,17	-000-				
0,16, 4,20	-0-00				
1,3, 5,7	00--1				
1,5, 3,7	00--1				
1,5 17,21	-0-01				
1,17, 5,21	-0-01				
2,3, 6,7	00-1-				
2,3, 10,11	0-01-	2A			
2,10, 3,11	0-01-				
4,5, 6,7	001--				
4,5, 20,21	-010-				
4,6, 5,7	001--				
4,20, 5,21	-010-				
16,17, 20,21	10-0-				
16,20, 17,21	10-0-				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

5. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle 3 Punkte
 6. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{u}_f . 4 Punkte
 7. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten. 4 Punkte

2. Quinesche Tabelle																						
Minterme	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	16	17	20	21	25	27	30					Kosten
Prim-implikant																						
0A																	x					5
1A												x			x							4
1B										x						x						4
1C															x	x						4
2A			x	x					x	x												3
3A	x	x	x	x	x	x	x	x														2
3B	x	x			x	x					x	x	x	x								2
	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	16	17	20	21	25	27	30					24
$\ddot{u}_{f1} = w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$ <i>Kosten</i>: 5 + 4 + 3 + 2 + 2 = 16																						
$Q_{1-\min}(K = 16) = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$																						

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_f &= (w_{3A} \vee w_{3B})(w_{3A} \vee w_{3B})(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{3A} \vee w_{3B})(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3A}w_{3A}w_{2A}(w_{1B} \vee w_{2A}) \\
&\quad w_{3B}(w_{1A} \vee w_{3B})w_{3B}w_{3B}(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C})w_{0A} \\
&= (w_{3A} \vee w_{3B})(w_{2A} \vee w_{3A})w_{3A}w_{2A}(w_{1B} \vee w_{2A})w_{3B}(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C})w_{0A} \\
&= w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B}(w_{3A} \vee w_{3B})(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{1B} \vee w_{2A})(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= (w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B})(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{1B} \vee w_{2A})(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B}(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{1B} \vee w_{2A})(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= (w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B})(w_{1B} \vee w_{2A})(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B}(w_{1B} \vee w_{2A})(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= (w_{0A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= (w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= (w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{2A}w_{3A}w_{3B})(w_{1A} \vee w_{1C})(w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= (w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B})(w_{1B} \vee w_{1C})
\end{aligned}$$

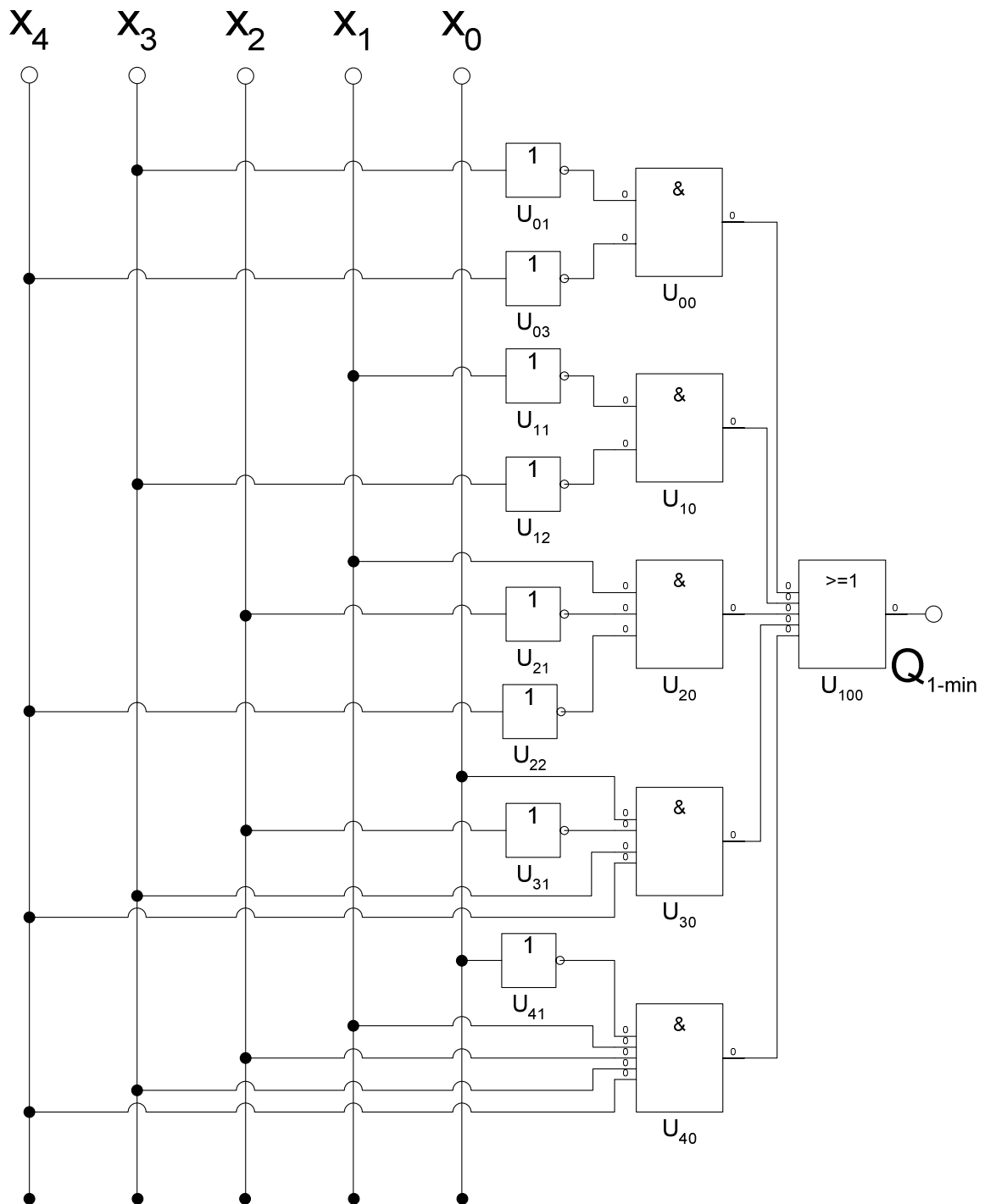
$$\begin{aligned}
\ddot{u}_f &= (w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}) (w_{1B} \vee w_{1C}) \\
&= w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&= w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_f &= \ddot{u}_{f1} \vee \ddot{u}_{f2} \vee \ddot{u}_{f3} \vee \ddot{u}_{f4} \vee \ddot{u}_{f5} \\
&= w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
&\quad \vee w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}
\end{aligned}$$

$\ddot{u}_{f1} = w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$	<i>Kosten</i> : 5 + 4 + 3 + 2 + 2 = 16
$\ddot{u}_{f2} = w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$	<i>Kosten</i> : 5 + 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 20
$\ddot{u}_{f3} = w_{0A}w_{1A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$	<i>Kosten</i> : 5 + 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 20
$\ddot{u}_{f4} = w_{0A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$	<i>Kosten</i> : 5 + 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 20
$\ddot{u}_{f5} = w_{0A}w_{1A}w_{1B}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$	<i>Kosten</i> : 5 + 4 + 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 24

8. Zeichnen Sie die Schaltpläne der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten $Q_{1-\min}$ (Kosten=.....)=, $Q_{2-\min}$ (Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng). **4 Punkte**

$$Q_{1-\min} = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$$



9. Bestimmen Sie die die Gleichung der minimierten Funktionen nur mit NAND-Gattern.

4 Punkte

$$Q_{1-\min} = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$$

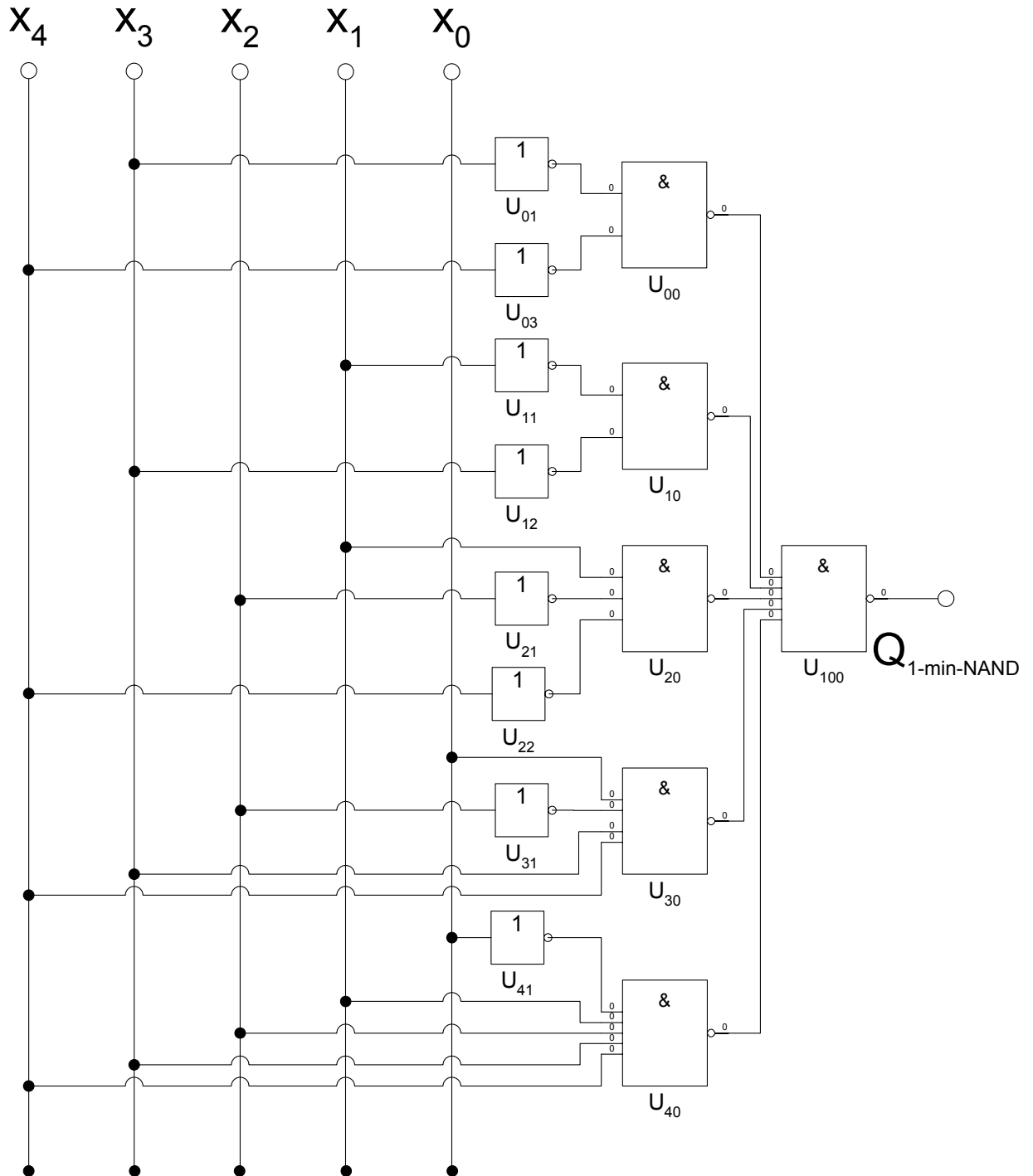
$$= x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$$

$$= \overline{\overline{x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0} \wedge \overline{x_4x_3\bar{x}_2x_0} \wedge \overline{\bar{x}_4\bar{x}_2x_1} \wedge \overline{\bar{x}_4\bar{x}_3} \wedge \overline{\bar{x}_3\bar{x}_1}}$$

$$= NAND_5(NAND_5(x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0), NAND_4(x_4x_3\bar{x}_2x_0), NAND_3(\bar{x}_4\bar{x}_2x_1), NAND_2(\bar{x}_4\bar{x}_3), NAND_2(\bar{x}_3\bar{x}_1))$$

10. Bestimmen Sie die die Schaltung der minimierten Funktionen nur mit NAND-Gattern.

4 Punkte



1. Ergänzung: Graphische Bestimmung der Überlappung

2. Quinesche Tabelle																								
Minterme	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	16	17	20	21	25	27	30							Kosten
Prim-implikant																								
0A																	x						5	
1A												x			x								4	
1B									x							x							4	
1C															x	x							4	
2A			x	x					x	x													3	
3A	x	x	x	x	x	x	x	x															2	
3B	x	x			x	x					x	x	x	x									2	
	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	16	17	20	21	25	27	30						24	
$\bar{u}_{f1} = w_{0A}w_{1C}w_{2A}w_{3A}w_{3B}$																								
<i>Kosten:</i> 5 + 4 + 3 + 2 + 2 = 16																								
$Q_{1-\min}(K=16) = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$																								

Die Primimplikanten **1A** und **1B** werden von den Primimplikanten **1C**, **2A** und **3B** überlappt.

2. Ergänzung: Für 5 Variable ist es noch möglich das KV-Diagramm zu verwenden.
 Man hat dann 2 räumlich angeordnete Diagramme. – Laut Aufgabentabelle:

$X_4=0$		X_0				$Q_{1-\min} = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$	
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1	1	1	0	X_1
		0	1	5	4		
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1	1	1	0	X_1
		16	17	21	20		
	0	18	19	23	22	1	
	1	26	27	31	30	1	
	1					0	
		24	25	29	28		
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=0$		X_0				$Q_{1-\min} = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$	
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11			1	
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X_1
	0					1	
	1		1 27		1 30	1	
	1		1 25			0	
		24	29	28			
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=0$		X_0				$Q_{1-\min} = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$	
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	1 13	1 12	0	
		0	0	1	1	X_2	

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X_1
	0	1 18	1 19	1 23	1 22	1	
	1	1 26	1 27	1 31	1 30	1	
	1	1 24	1 25	1 29	1 28	0	
		0	0	1	1	X_2	

$X_4=0$		X_0				$Q_{1-\min} = x_4x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_1$	
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1	1	1	0	X_1
		0	1	5	4		
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1	1	1	0	X_1
		16	17	21	20		
	0	18	19	23	22	1	
	1	26	27	31	30	1	
	1					0	
		24	25	29	28		
		0	0	1	1		
		X_2					