

# Seminaraufgaben

2.Semester – Sommersemester 2001

Abt. Technische Informatik  
Gerätebeauftragter  
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske  
Tel.: [49]-0341-97 32213  
Zimmer: HG 05-22  
e-mail: [lieske@informatik.uni-leipzig.de](mailto:lieske@informatik.uni-leipzig.de)

## Aufgaben zur Übung Grundlagen der Technische Informatik 2

### Aufbau und Verhalten logischer Schaltungen

#### 1. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Gegeben ist folgende logische Gleichung:

$$Q_1 = f_1(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_0}$$

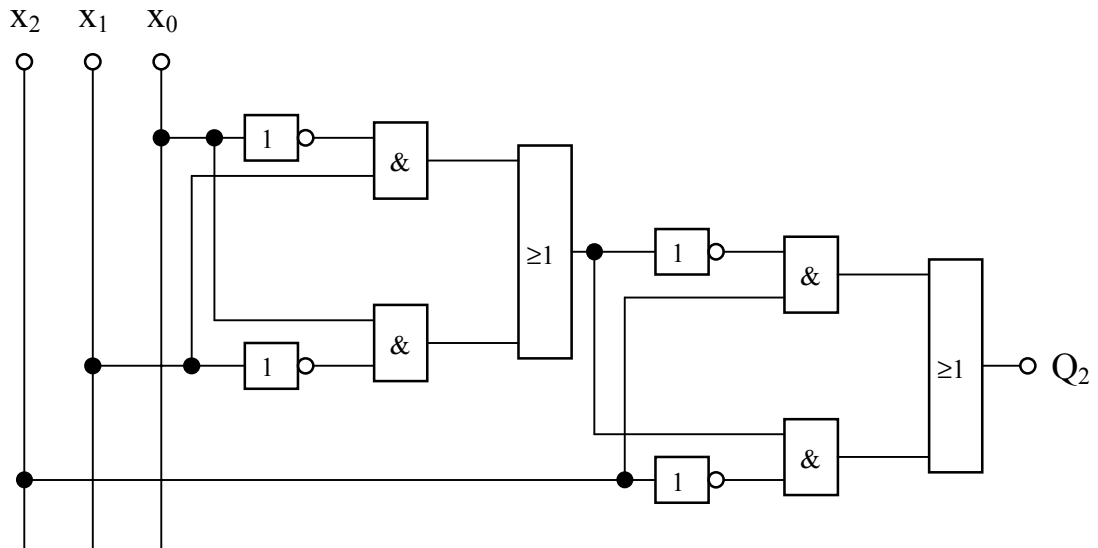
Bestimmen Sie:

**(10 Punkte)**

1. Die Schaltung entsprechend der logischen Gleichung **(1 Punkt)**
2. Die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform **(2 Punkte)**
3. Die Schaltung streng entsprechend der kanonisch disjunktive Normalform **(1 Punkt)**
4. Die Maxterme und die kanonisch konjunktive Normalform **(2 Punkte)**
5. Die Schaltung streng entsprechend der kanonisch konjunktive Normalform **(1 Punkt)**
6. Das Zeitverhalten **(1 Punkt)**
7. Das Venn-Diagramm **(1 Punkt)**
8. Das KV-Diagramm **(1 Punkt)**

## 1. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Gegeben ist folgende Schaltung:



Die Schaltung entspricht der Funktion  $Q_2=f_2(x_2,x_1,x_0)$ .

Bestimmen Sie:

(12 Punkte)

1. Die logische Gleichung  $Q_2=f_2(x_2,x_1,x_0)$  entsprechend der Schaltung (1 Punkt)
2. Die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform (2 Punkte)
3. Die Maxterme und die kanonisch konjunktive Normalform (2 Punkte)
4. Das Zeitverhalten (1 Punkt)
5. Das Venn-Diagramm (1 Punkt)
6. Das KV-Diagramm (1 Punkt)
7. Die Schaltung ausschließlich mit NAND-Gattern (NAND-Konversion) (2 Punkte)
8. Die Schaltung ausschließlich mit NOR-Gattern (NOR-Konversion) (2 Punkte)

**Bemerkung zu 7. und 8.:** Inverter sind als Spezialfall der Gatter auf der untersten Ebene erlaubt.

## 1. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

Bestimmen Sie:

(8 Punkte)

1. Die kanonisch disjunktive Normalform der Verknüpfung  $Q_3=f_1(x_2,x_1,x_0) \wedge f_2(x_2,x_1,x_0)$  (2 Punkte)
2. Die kanonisch konjunktive Normalform der Verknüpfung  $Q_3=f_1(x_2,x_1,x_0) \wedge f_2(x_2,x_1,x_0)$  (2 Punkte)
3. kanonisch disjunktive Normalform der Verknüpfung  $Q_4=f_1(x_2,x_1,x_0) \vee f_2(x_2,x_1,x_0)$  (2 Punkte)
4. Die kanonisch konjunktive Normalform der Verknüpfung  $Q_4=f_1(x_2,x_1,x_0) \vee f_2(x_2,x_1,x_0)$  (2 Punkte)

Bemerkung:

1. Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.  
Beispiel:  $abc \equiv a \wedge b \wedge c$
2. Für bestimmte Fälle wird  $x_0$  mit  $2^0=1$ ,  $x_1$  mit  $2^1=2$ ,  $x_2$  mit  $2^2=4$  und später  $x_3$  mit  $2^3=8$  u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.
3. Die Gatter können beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter.
4. Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

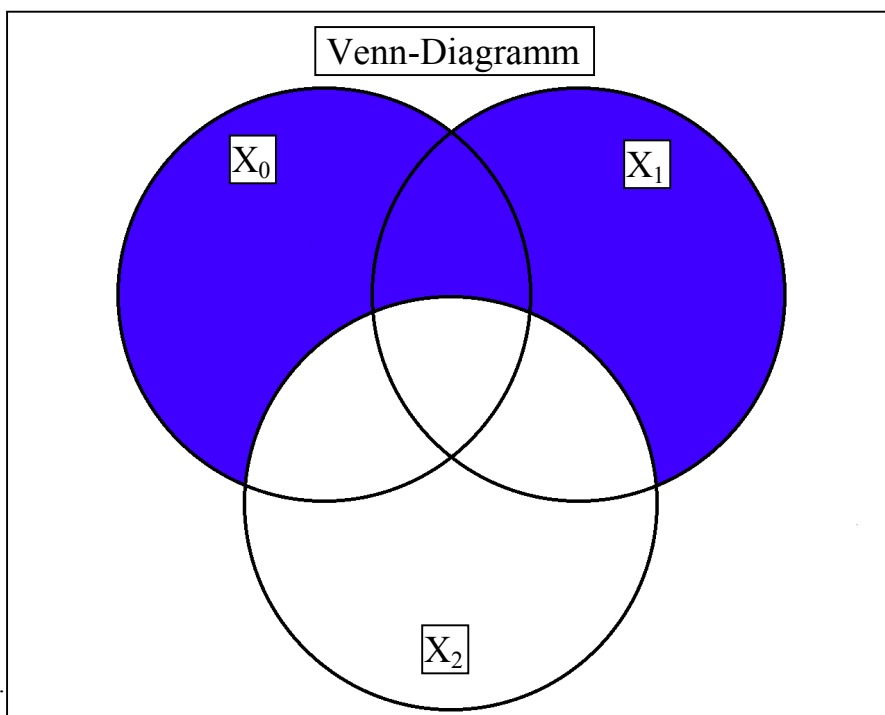
Beispiel:

Beispiel für logische Gleichung  $Q = f(x_2, x_1, x_0) = (x_1 \vee x_0) \wedge \overline{x_2}$

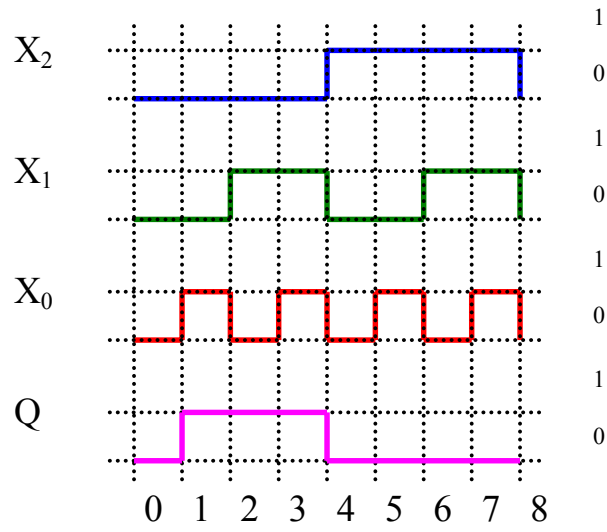
Normalformen		
Eingangsvariablen $x_2, x_1, x_0$	Minterme	Maxterme
000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
001	$\overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge x_0$	
010	$\overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0}$	
011	$\overline{x_2} \wedge x_1 \wedge x_0$	
100		$x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}$
101		$x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_0$
110		$x_2 \vee x_1 \vee \overline{x_0}$
111		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$

$$Q_{DKNF} = f_{DKNF}(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge x_0 \vee \overline{x_2} \wedge x_1 \wedge \overline{x_0} \vee \overline{x_2} \wedge \overline{x_1} \wedge \overline{x_0}$$

$$Q_{KKNF} = f_{KKNF}(x_2, x_1, x_0) = (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0})$$

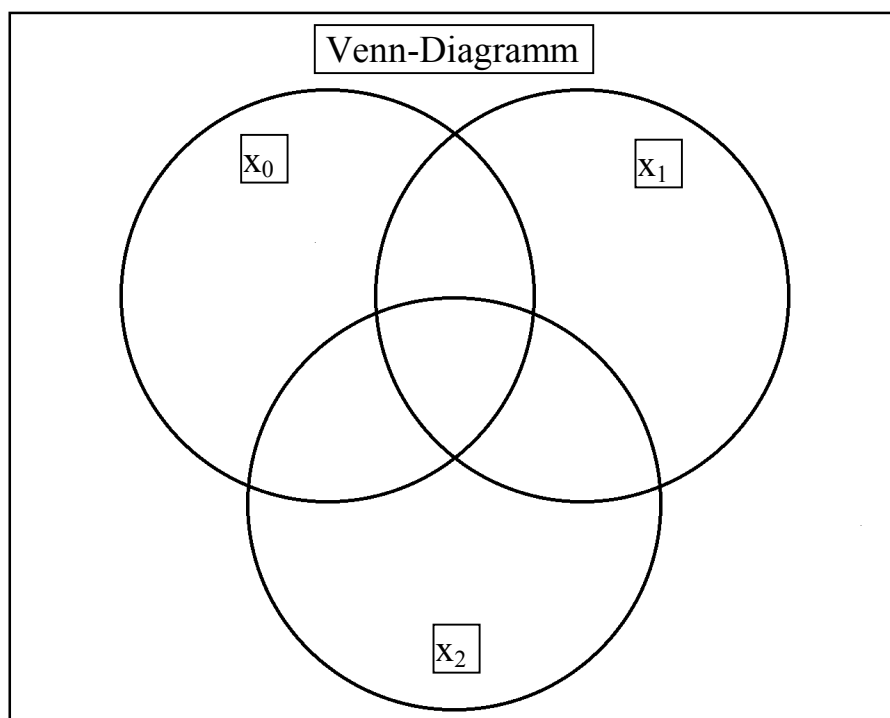


Zeitverhalten logischer Schaltkreise

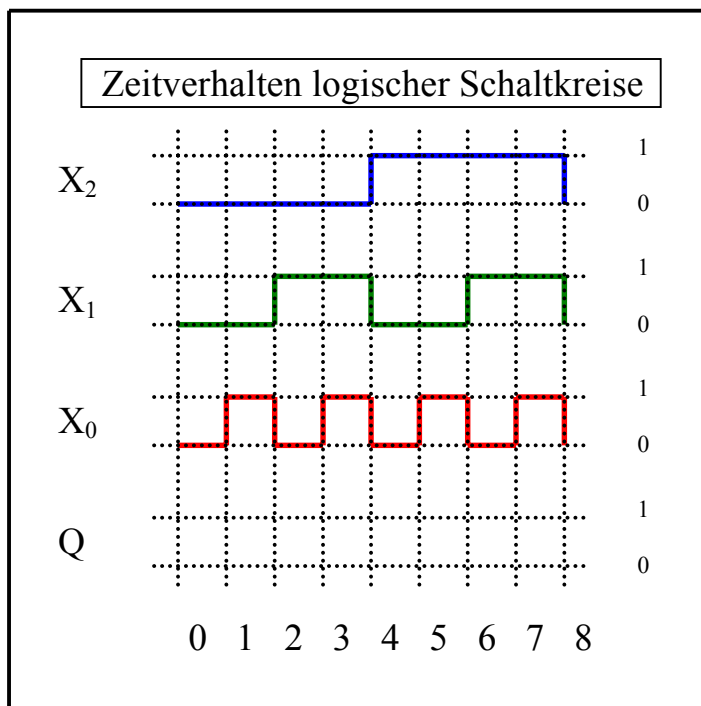


Hilfen:

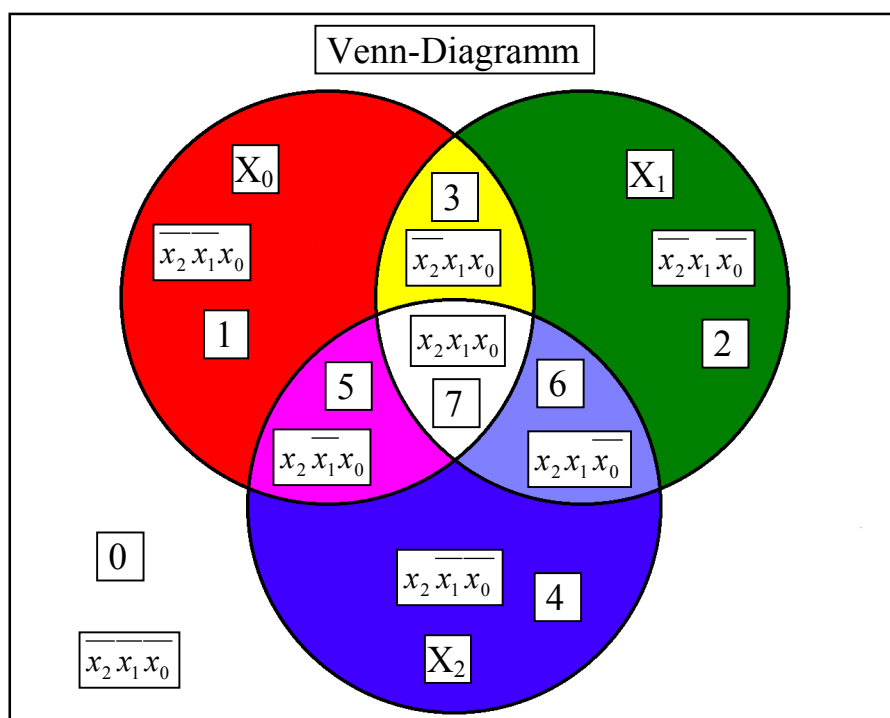
Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen $x_2, x_1, x_0$	Minterme	Maxterme
0	000		
1	001		
2	010		
3	011		
4	100		
5	101		
6	110		
7	111		



<b>X<sub>0</sub></b>					
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
0	1	5	4	<b>0</b>	<b>X<sub>1</sub></b>
2	3	7	6	<b>1</b>	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
<b>X<sub>2</sub></b>					



$X_0$					
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>0</b>	$X_1$
<b>2</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
$X_2$					

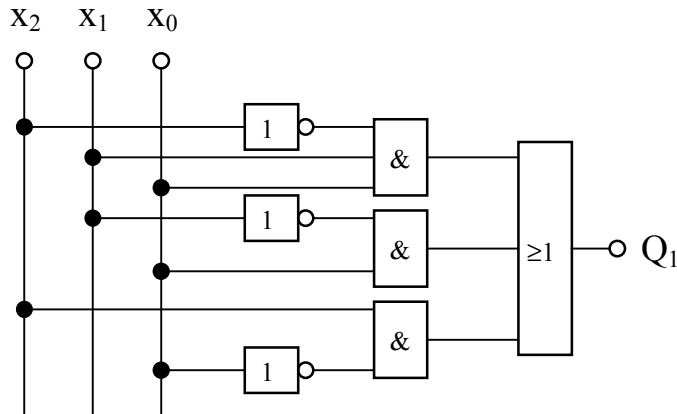


# Lösung

## 1. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

1. Bestimmen Sie die Schaltung entsprechend der logischen Gleichung

$$Q_1 = f_1(x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_0$$

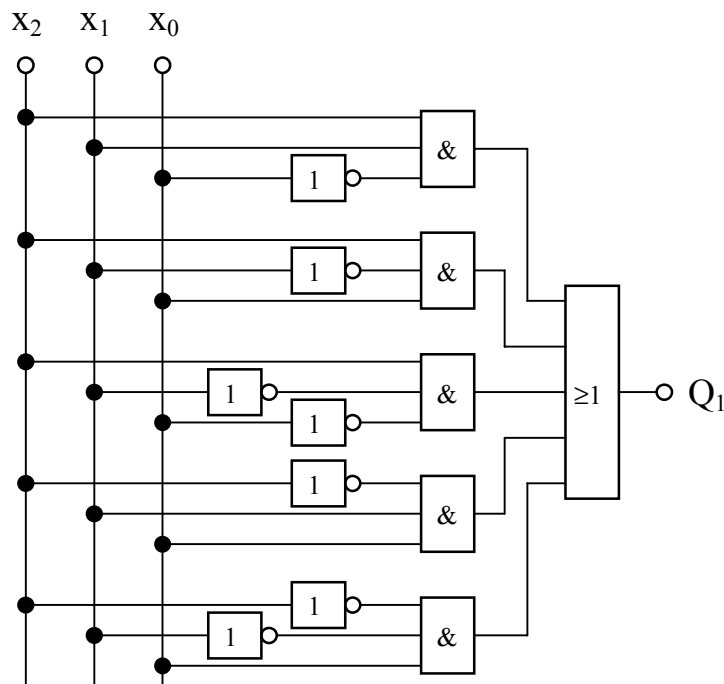


2. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform

$$\begin{aligned} Q_1 = f_1(x_2, x_1, x_0) &= \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_0 \\ &= \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee (x_2 \vee \bar{x}_2) \bar{x}_1 x_0 \vee x_2 (x_1 \vee \bar{x}_1) \bar{x}_0 \end{aligned}$$

$$Q_{1-KDNF} = x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

3. Bestimmen Sie die Schaltung streng entsprechend der kanonisch disjunktive Normalform



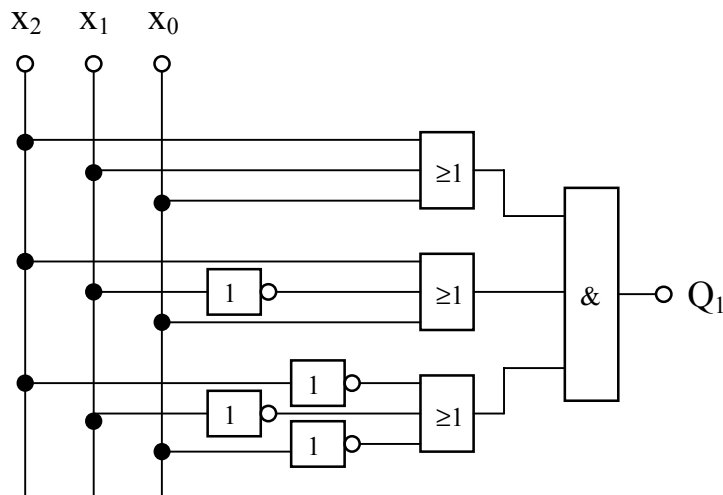


4. Bestimmen Sie die Maxterme und die kanonisch konjunktive Normalform

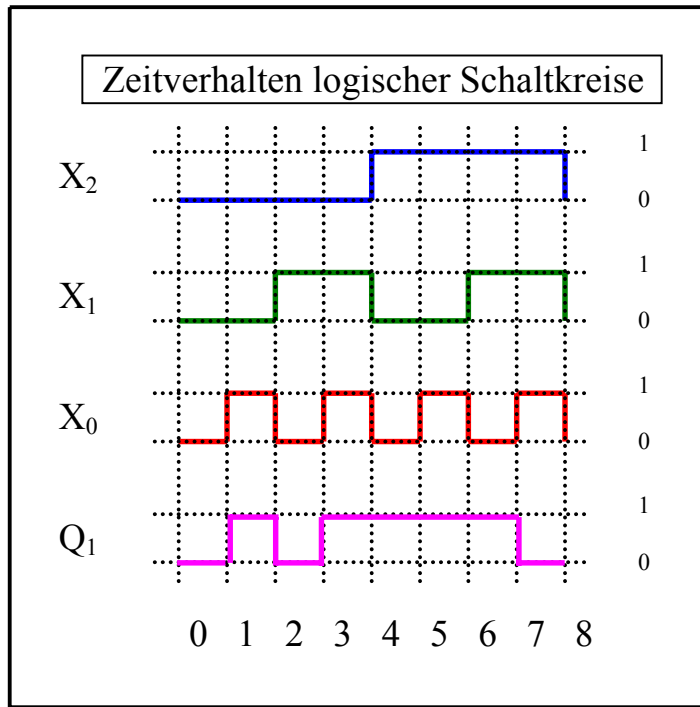
Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen $x_2, x_1, x_0$	Minterme	Maxterme
0	000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	001	$\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	010		$x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	011	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	100	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	101	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
6	110	$x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
7	111		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

$$Q_{1-KKNF} = (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)$$

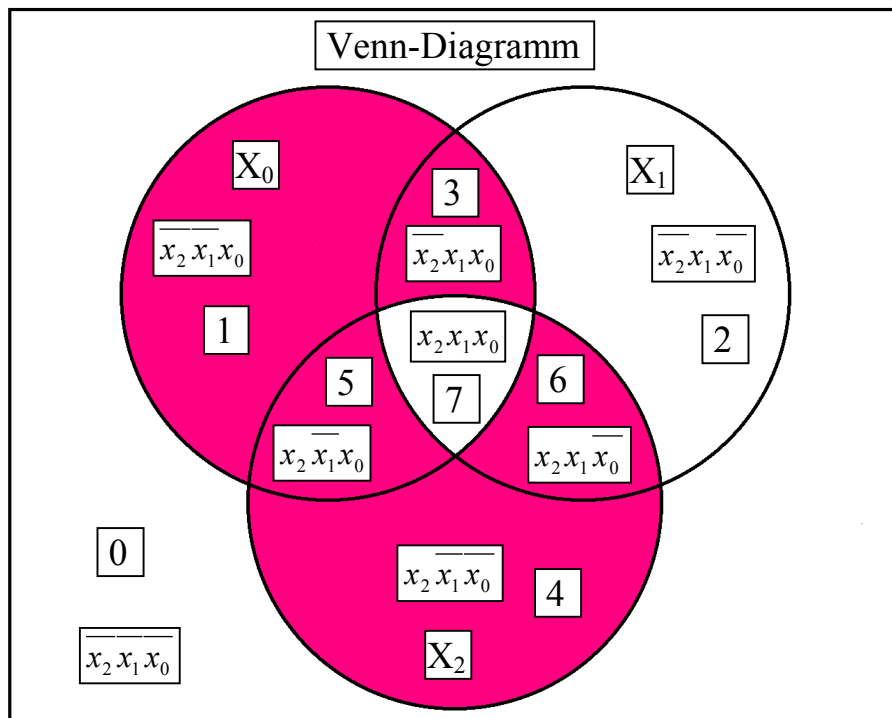
5. Bestimmen Sie die Schaltung streng entsprechend der kanonisch konjunktive Normalform



6. Bestimmen Sie das Zeitverhalten



7. Bestimmen Sie das Venn-Diagramm



8. Bestimmen Sie das KV-Diagramm

<b>X<sub>0</sub></b>					
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
<sub>0</sub>	<b>1</b> <sub>1</sub>	<b>1</b> <sub>5</sub>	<b>1</b> <sub>4</sub>	<b>0</b>	<b>X<sub>1</sub></b>
<sub>2</sub>	<b>1</b> <sub>3</sub>	<sub>7</sub>	<b>1</b> <sub>6</sub>	<b>1</b>	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
<b>X<sub>2</sub></b>					

## 1. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung  $Q_2=f_2(x_2,x_1,x_0)$  entsprechend der Schaltung

$$Q_2 = f_2(x_2, x_1, x_0) = \overline{\overline{x_1 x_0} \vee \overline{x_1 x_0}} \vee \overline{x_2} (\overline{x_1 x_0} \vee \overline{x_1 x_0})$$

2. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform

Durch Umformen der invertierten XOR-Verknüpfung mittels den DeMorgan Gesetze und ausmultiplizieren erhält man:

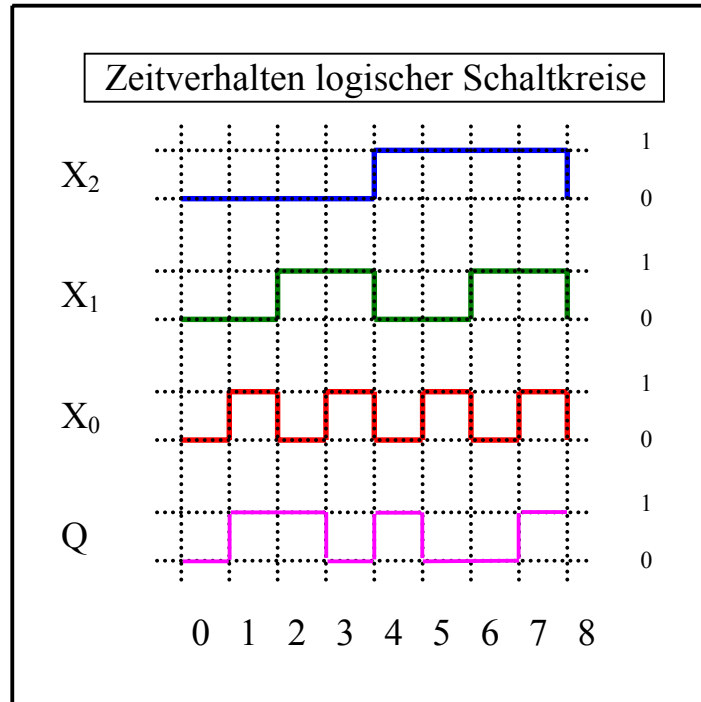
$$Q_{2-KDNF} = x_2 x_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

3. Bestimmen Sie die Maxterme und die kanonisch konjunktive Normalform

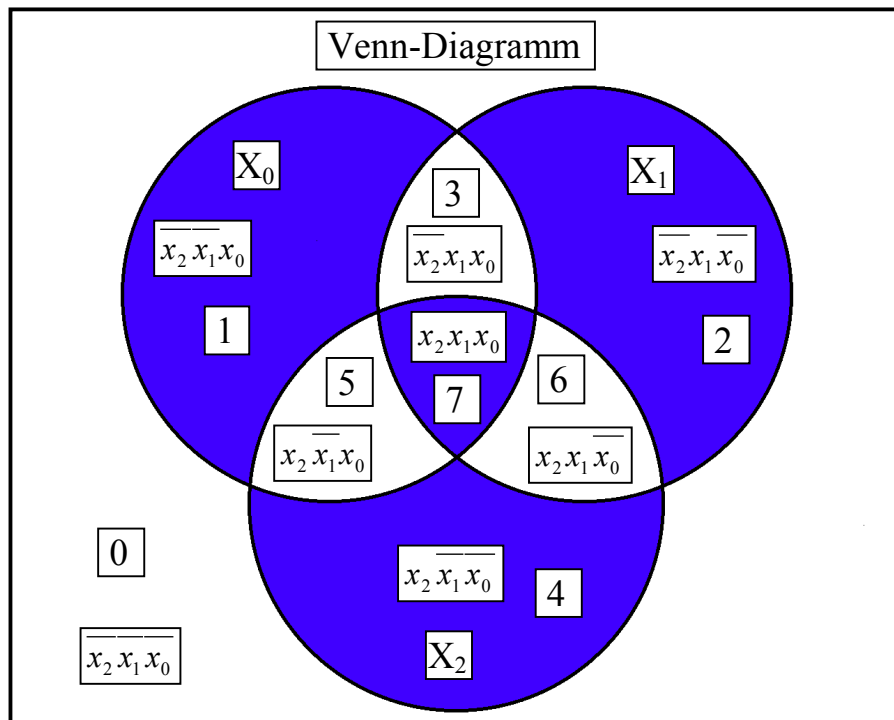
Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen $x_2, x_1, x_0$	Minterme	Maxterme
0	000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	001	$\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	010	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	011		$x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
4	100	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	101		$\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	110		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	111	$x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	

$$Q_{2-KKNF} = (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)$$

4. Bestimmen Sie das Zeitverhalten



5. Bestimmen Sie das Venn-Diagramm



6. Bestimmen Sie das KV-Diagramm

<b>X<sub>0</sub></b>					
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>		
0	<b>1</b> <sub>1</sub>	5	<b>1</b> <sub>4</sub>	<b>0</b>	<b>X<sub>1</sub></b>
<b>1</b> <sub>2</sub>	3	<b>1</b> <sub>7</sub>	6	<b>1</b>	
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
<b>X<sub>2</sub></b>					

7. Bestimmen Sie die Schaltung ausschließlich mit NAND-Gattern (NAND-Konversion)

Durch Umformen mittels den DeMorgan Gesetze erhält man:

$$Q_{2-KDNF} = x_2 x_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$= x_2 x_1 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$Q_{2-NAND} = \overline{\overline{x_2 x_1 x_0} \wedge \overline{x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0} \wedge \overline{\bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0} \wedge \overline{\bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0}}$$

8. Bestimmen Sie die Schaltung ausschließlich mit NOR-Gattern (NOR-Konversion)

Durch Umformen mittels den DeMorgan Gesetze erhält man:

$$Q_{2-KKNF} = (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)$$

$$= \overline{\overline{(x_2 \vee x_1 \vee x_0)} \wedge \overline{(x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)} \wedge \overline{(\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0)} \wedge \overline{(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)}}$$

$$Q_{2-NOR} = \overline{\overline{(x_2 \vee x_1 \vee x_0)} \vee \overline{(x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)} \vee \overline{(\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0)} \vee \overline{(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)}}$$

# 1. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

Bestimmen Sie:

1. Die kanonisch disjunktive Normalform der Verknüpfung  
 $Q_3 = f_1(x_2, x_1, x_0) \vee f_2(x_2, x_1, x_0)$
2. Die kanonisch konjunktive Normalform der Verknüpfung  
 $Q_3 = f_1(x_2, x_1, x_0) \wedge f_2(x_2, x_1, x_0)$

Da die UND-Verknüpfung der Funktionen gebildet werden soll empfiehlt es sich zuerst die kanonisch konjunktive Normalform der Verknüpfung zu bestimmen.

$$Q_1 = f_1(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_0}$$

$$Q_2 = f_2(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2(x_1x_0 \vee x_2x_0)} \vee \overline{x_2}(x_1x_0 \vee x_2x_0)$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= Q_1 \wedge Q_2 = f_1(x_2, x_1, x_0) \wedge f_2(x_2, x_1, x_0) \\ &= (\overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2(x_1x_0 \vee x_2x_0)} \vee \overline{x_2}(x_1x_0 \vee x_2x_0)) \end{aligned}$$

$$Q_{1-KKNF} = (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x})$$

$$Q_{2-KKNF} = (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0)$$

$$\begin{aligned} Q_{1-KKNF} \wedge Q_{2-KKNF} &= (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x}) \\ &\quad \wedge (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \end{aligned}$$

**Nach Streichung der Mehrfachterme und ordnen ergibt sich:**

$$\begin{aligned} Q_{3-KKNF} = Q_{1-KKNF} \wedge Q_{2-KKNF} &= (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_0}) \\ &\quad \wedge (\overline{x_2} \vee x_1 \vee \overline{x_0}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x}) \end{aligned}$$

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen $x_2, x_1, x_0$	Minterme	Maxterme
0	000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	001		$x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
2	010	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	011		$x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
4	100	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	101		$\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	110		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	111		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

$$Q_{3-KDNF} = (Q_{1-KDNF} \wedge Q_{2-KDNF}) = x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0$$



3. kanonisch disjunktive Normalform der Verknüpfung

$$Q_4 = f_1(x_2, x_1, x_0) \vee f_2(x_2, x_1, x_0)$$

4. Die kanonisch konjunktive Normalform der Verknüpfung

$$Q_4 = f_1(x_2, x_1, x_0) \vee f_2(x_2, x_1, x_0)$$

Da die ODER-Verknüpfung der Funktionen gebildet werden soll empfiehlt es sich zuerst die kanonisch disjunktive Normalform der Verknüpfung zu bestimmen.

$$Q_1 = f_1(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_0}$$

$$Q_2 = f_2(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2(x_1x_0 \vee x_2x_0)} \vee \overline{x_2}(x_1x_0 \vee x_2x_0)$$

$$\begin{aligned} Q_4 &= Q_1 \vee Q_2 = f_1(x_2, x_1, x_0) \vee f_2(x_2, x_1, x_0) \\ &= (\overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_0}) \vee (\overline{x_2(x_1x_0 \vee x_2x_0)} \vee \overline{x_2}(x_1x_0 \vee x_2x_0)) \end{aligned}$$

$$Q_{1-KDNF} = x_2x_1\overline{x_0} \vee x_2\overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0$$

$$Q_{2-KDNF} = x_2x_1x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0$$

$$\begin{aligned} Q_{4-KDNF} &= Q_{1-KDNF} \vee Q_{2-KDNF} \\ &= x_2x_1\overline{x_0} \vee x_2\overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 \vee x_2x_1x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 \end{aligned}$$

**Nach Streichung der Mehrfachterme und ordnen ergibt sich:**

$$\begin{aligned} Q_{4-KDNF} &= Q_{1-KDNF} \vee Q_{2-KDNF} \\ &= x_2x_1\overline{x_0} \vee x_2\overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 \vee x_2x_1x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{4-KDNF} &= Q_{1-KDNF} \vee Q_{2-KDNF} \\ &= x_2x_1x_0 \vee x_2x_1\overline{x_0} \vee x_2\overline{x_1}x_0 \vee x_2\overline{x_1}\overline{x_0} \vee \overline{x_2}x_1x_0 \vee \overline{x_2}x_1\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\overline{x_1}x_0 \end{aligned}$$

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen $x_2, x_1, x_0$	Minterme	Maxterme
0	000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	001	$\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	010	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	011	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	100	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	101	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
6	110	$x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
7	111	$x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	

$$Q_{4-KKNF} = Q_{1-KKNF} \vee Q_{2-KKNF} = (x_2 \vee x_1 \vee x_0)$$