

Seminaraufgaben

2.Semester – Sommersemester 2000

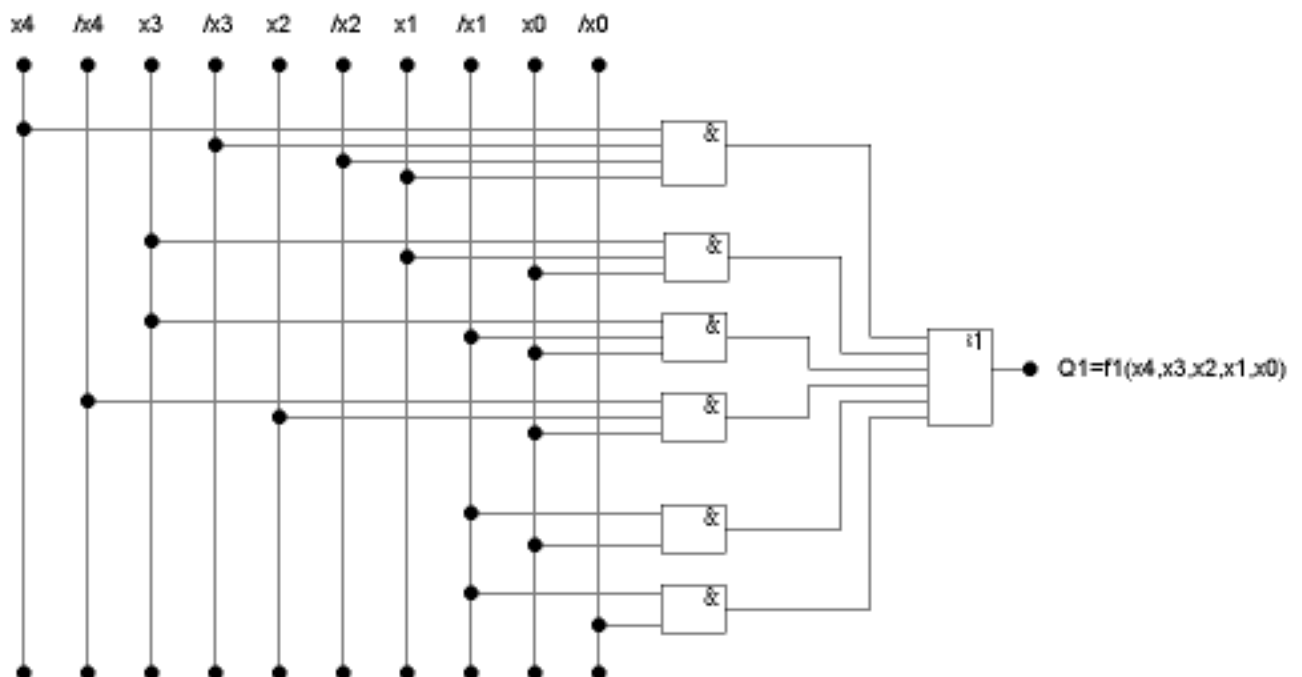
Abt. Technische Informatik
 Gerätebeauftragter
 Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
 Tel.: [49]-0341-97 32213
 Zimmer: HG 05-22
 e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

Aufgaben zur Übung Grundlagen der Technische Informatik 2

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-MC-Cluskey

Gegeben ist folgende Schaltung:



Leider ist diese Schaltung nicht optimal.

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q=f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0)$ streng nach der Schaltung.
2. Bestimmen Sie die Minterme der Funktion.
3. Bestimmen Sie die 1. Quinesche Tabelle
4. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle
5. Lösen Sie das Überdeckungsproblem und minimieren Sie die Schaltung
6. Zeichnen Sie den Schaltplan der minimierten Booleschen Funktion $Q_{\min}=f_{\min}(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0)$ nach der Gleichung ähnlich der Schaltung (nicht streng).

Hilfen:

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	00000		
1	00001		
2	00010		
3	00011		
4	00100		
5	00101		
6	00110		
7	00111		
8	01000		
9	01001		
10	01010		
11	01011		
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
16	10000		
17	10001		
18	10010		
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000		
25	11001		
26	11010		
27	11011		
28	11100		
29	11101		
30	11110		
31	11111		

Lösung

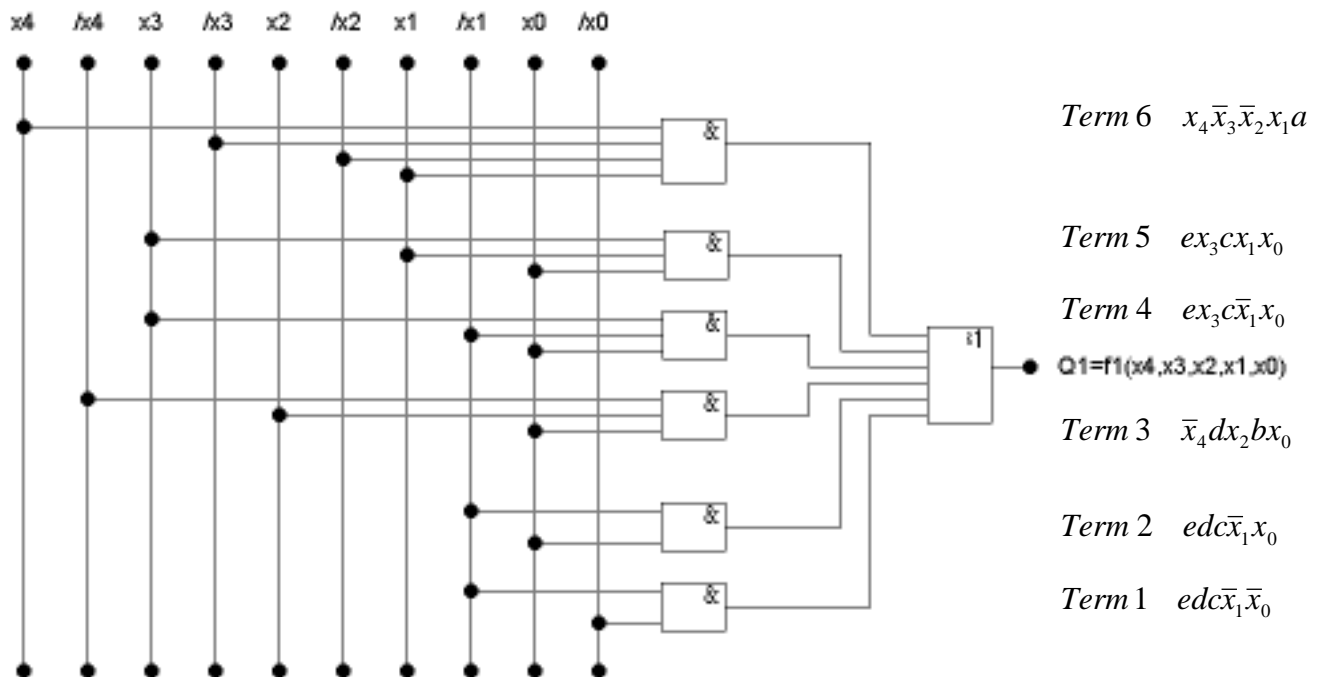
3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-MC-Cluskey

Minimieren Sie die Schaltung

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q=f(x_4,x_3,x_2,x_1,x_0)$ streng nach der Schaltung.



$$Q_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_4 x_2 x_0 \vee x_3 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_1 x_0 \vee x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$\cong e d c \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee e d c \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_4 d x_2 b x_0 \vee e x_3 c \bar{x}_1 x_0 \vee e x_3 c x_1 x_0 \vee x_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 a$$

$$\cong e d c 0 0_0 \vee e d c 0 1 \vee 0 d 1 b 1 \vee e 1 c 0 1 \vee e 1 c 1 1 \vee 1 0 0 1 a$$

$$\cong \textit{Term 1} \vee \textit{Term 2} \vee \textit{Term 3} \vee \textit{Term 4} \vee \textit{Term 5} \vee \textit{Term 6}$$

2. Bestimmen Sie die Minterme der Funktion

Normalformen				
Zahl	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme	Term
0	00000	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
1	00001	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2
2	00010		$x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
3	00011		$x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$	
4	00100	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
5	00101	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2,3
6	00110		$x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
7	00111	$\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$		3
8	01000	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
9	01001	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2,4
10	01010		$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
11	01011	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$		5
12	01100	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
13	01101	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2,3,4
14	01110		$x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
15	01111	$\bar{x}_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$		3,5
16	10000	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
17	10001	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2
18	10010	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$		6
19	10011	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$		6
20	10100	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
21	10101	$x_4 \wedge \bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2
22	10110		$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
23	10111		$\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$	
24	11000	$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
25	11001	$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2,4
26	11010		$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
27	11011	$x_4 \wedge x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$		5
28	11100	$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$		1
29	11101	$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$		2,4
30	11110		$\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$	
31	11111	$x_4 \wedge x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$		5

3. Bestimmen Sie die 1. Quinesche Tabelle

1. Quinesche Tabelle (1. Teil)

Nr.	$x_4, x_3,$ x_2, x_1, x_0	1. Ordnung				2. Ordnung			
0	00000	0,1	0000-	20,21	1010-	0,1,4,5	00-0-	11,15,27,31	-1-11
1	00001	0,4	00-00	20,28	1-100	0,1,8,9	0-00-	13,15,29,31	-11-1
4	00100	0,8	0-000	24,25	1100-	0,1,16,17	-000-	25,27,29,31	11--1
8	01000	0,16	-0000	24,28	11-00	0,4,8,12	0--00		
16	10000	1,5	00-01	7,15	0-111	0,4,16,20	-0-00		
5	00101	1,9	0-001	11,15	01-11	0,8,16,24	--000		
9	01001	1,17	-0001	11,27	-1011	1,5,9,13	0--01		
12	01100	4,5	0010-	13,15	011-1	1,5,17,21	-0-01		
17	10001	4,12	0-100	13,29	-1101	1,9,17,25	--001		
18	10010	4,20	-0100	19,27	1-011	4,5,12,13	0-10-		
20	10100	8,9	0100-	21,29	1-101	4,5,20,21	-010-		
24	11000	8,12	01-00	25,27	110-1	4,12,20,28	--100		
7	00111	8,24	-1000	25,29	11-01	8,9,12,13	01-0-		
11	01011	16,17	1000-	28,29	1110-	8,9,24,25	-100-		
13	01101	16,18	100-0	15,31	-1111	8,12,24,28	-1-00		
19	10011	16,20	10-00	27,31	11-11	2A 16,17,18,19	100--		
21	10101	16,24	1-000	29,31	111-1	16,17,24,25	1-00-		
25	11001	5,7	001-1			16,17,20,21	10-0-		
28	11100	5,13	0-101			16,20,24,28	1--00		
15	01111	5,21	-0101			2B 5,7,13,15	0-1-1		
27	11011	9,11	010-1			5,13,21,29	--101		
29	11101	9,13	01-01			9,11,13,15	01--1		
31	11111	9,25	-1001			9,11,25,27	-10-1		
		12,13	0110-			9,13,25,29	-1-01		
		12,28	-1100			12,13,28,29	-110-		
		17,19	100-1			2C 17,19,25,27	1-0-1		
		17,21	10-01			17,21,25,29	1--01		
		17,25	1-001			20,21,28,29	1-10-		
		18,19	1001-			24,25,28,29	11-0-		

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant.

1. Quinesche Tabelle (2.Teil)		
		Primimplikant
3. Ordnung		
0,1,4,5,8,9,12,13	0--0-	
0,1,4,5,16,17,20,21	-0-0-	
0,1,8,9,16,17,24,25	--00-	
0,4,8,12,16,20,24,28	---00	
1,5,9,13,17,21,25,29	---01	
4,5,12,13,20,21,28,29	--10-	
8,9,12,13,24,25,28,29	-1-0-	
16,17,20,21,24,25,28,29	1--0-	
9,11,13,15,25,27,29,31	-1--1	3A
4. Ordnung		
0,1,4,5,8,9,12,13,16,17,20,21,24,25,28,29	---0-	4A

4. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle

5. Lösen Sie das Überdeckungsproblem und minimieren Sie die Schaltung

2. Quinesche Tabelle																								
Prim-implikant	0	1	4	5	7	8	9	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	24	25	27	28	29	31	Kosten
2A												x	x	x	x									3
2B				x	x					x	x													3
2C													x		x				x	x				3
3A							x	x		x	x								x	x		x	x	2
4A	x	x	x	x		x	x		x	x		x	x			x	x	x	x		x	x		1
	0	1	4	5	7	8	9	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	24	25	27	28	29	31	
Kosten 1+2+3+3=9																								
$\ddot{u}_f = w_{4A}w_{3A}w_{2B}w_{2A}$																								
$Q_1 = \bar{x}_1 \vee x_3x_0 \vee \bar{x}_4x_2x_0 \vee x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$																								

$$\ddot{u}_f = w_{4A}w_{4A}w_{4A}(w_{4A} \vee w_{2B})w_{2B}w_{4A}(w_{4A} \vee w_{3A})w_{3A}w_{4A}(w_{4A} \vee w_{3A} \vee w_{2B})(w_{3A} \vee w_{2B})(w_{4A} \vee w_{2A})$$

$$(w_{4A} \vee w_{2C} \vee w_{2A})w_{2A}(w_{2C} \vee w_{2A})w_{4A}w_{4A}w_{4A}(w_{4A} \vee w_{3A} \vee w_{2C})(w_{3A} \vee w_{2C})w_{4A}(w_{4A} \vee w_{3A})w_{3A}$$

$$\ddot{u}_f = w_{4A}w_{3A}w_{2B}w_{2A}(w_{4A} \vee w_{2B})(w_{4A} \vee w_{3A})(w_{4A} \vee w_{3A} \vee w_{2B})(w_{3A} \vee w_{2B})(w_{4A} \vee w_{2A})$$

$$(w_{4A} \vee w_{2C} \vee w_{2A})(w_{2C} \vee w_{2A})(w_{4A} \vee w_{3A} \vee w_{2C})(w_{3A} \vee w_{2C})$$

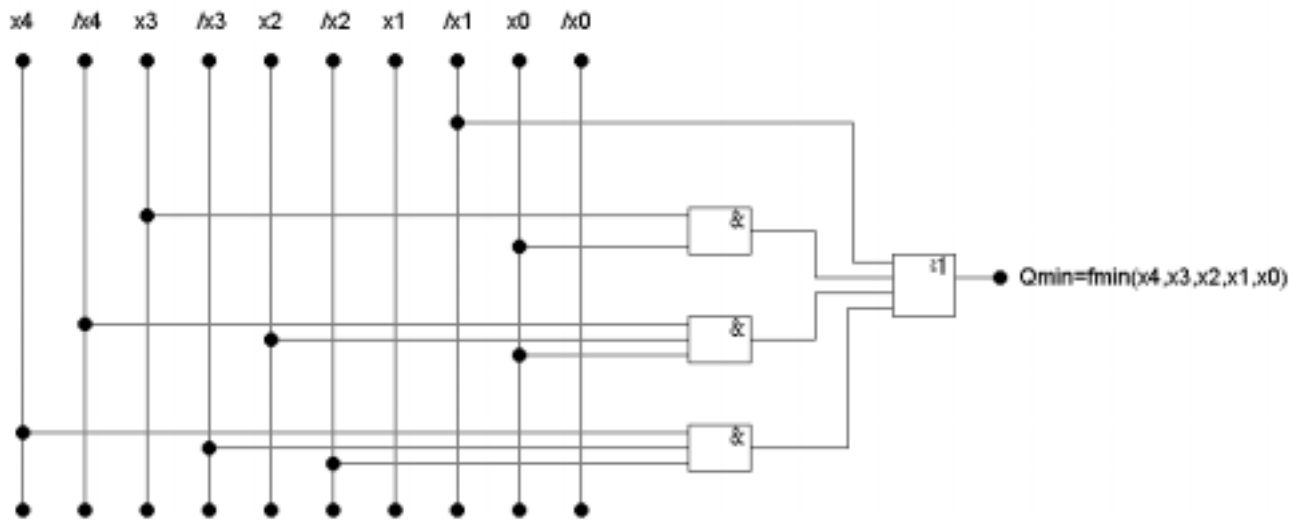
$$\ddot{u}_f = w_{4A}w_{3A}w_{2B}w_{2A} \vee w_{4A}w_{3A}w_{2C}w_{2B}w_{2A}$$

Kosten: $K(w_{4A}w_{3A}w_{2B}w_{2A}) = 1+2+3+3 = 9$

$$K(w_{4A}w_{3A}w_{2C}w_{2B}w_{2A}) = 1+2+3+3+3 = 12$$

2. Quinesche Tabelle																								
Prim-implikant	0	1	4	5	7	8	9	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	24	25	27	28	29	31	Kosten
2A												x	x	x	x									3
2B				x	x					x	x													3
2C													x		x				x	x				3
3A							x	x		x	x								x	x		x	x	2
4A	x	x	x	x		x	x		x	x		x	x			x	x	x	x		x	x		1
	0	1	4	5	7	8	9	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	24	25	27	28	29	31	
Kosten 1+2+3+3=9																								
$\ddot{u}_f = w_{4A}w_{3A}w_{2B}w_{2A}$																								
$Q_1 = \bar{x}_1 \vee x_3x_0 \vee \bar{x}_4x_2x_0 \vee x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$																								

6. Zeichnen Sie den Schaltplan der minimierten Booleschen Funktion $Q_{\min} = f_{\min}(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ nach der Gleichung ähnlich der Schaltung (nicht streng).



X₄=0		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X₁
	0	2	3	1 7	6	1	
	1	10	1 11	1 15	14	1	
	1	1 8	1 9	1 13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

X₄=1		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X₁
	0	1 18	1 19	23	22	1	
	1	26	1 27	1 31	30	1	
	1	1 24	1 25	1 29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		X₂					