

Seminaraufgaben

2.Semester – Sommersemester 2000

Abt. Technische Informatik

Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 05-22

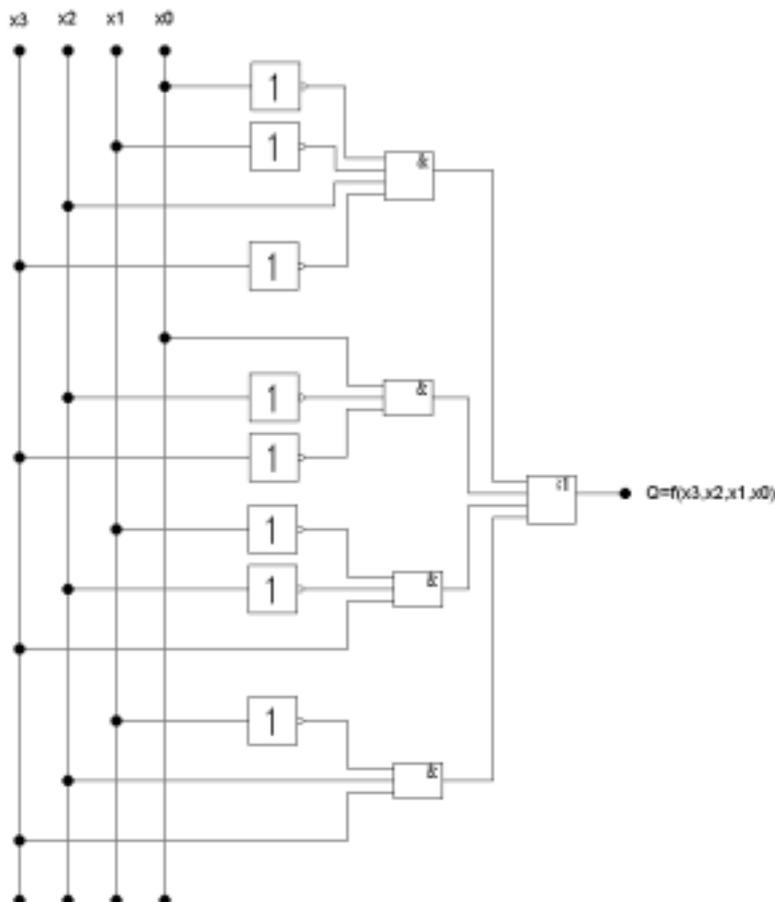
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

Aufgaben zur Übung Grundlagen der Technische Informatik 2

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

Gegeben ist folgende Schaltung:



Leider ist diese Schaltung nicht optimal.

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q=f(x_3,x_2,x_1,x_0)$ streng nach der Schaltung.
2. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform der Funktion und zeichnen Sie die Schaltung für die disjunktive Normalform streng nach der Formel.
3. Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion
4. Bestimmen Sie das Karnaugh-Veitch-Diagramm der Funktion
5. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm.
6. Zeichnen Sie den Schaltplan der minimierten Booleschen Funktion $Q_{\min}=f_{\min}(x_3,x_2,x_1,x_0)$ streng nach der Gleichung.

2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mit don't care Termen

Gegeben ist folgendes Karnaugh-Veitch-Diagramm:

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0		1	a		0	
	0	a	1	a		1	
	1	a				1	
	1	a	a	1	1	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung

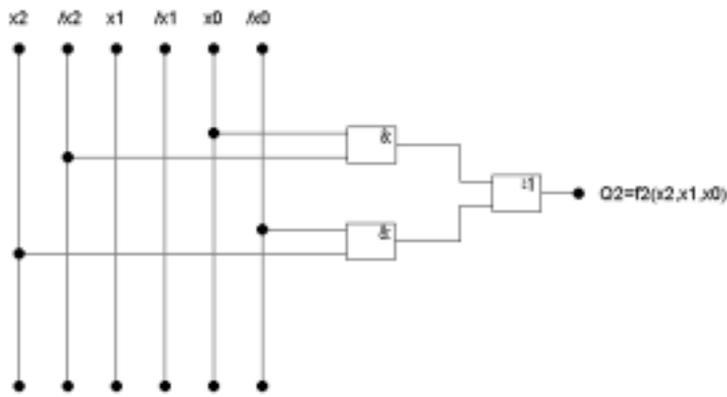
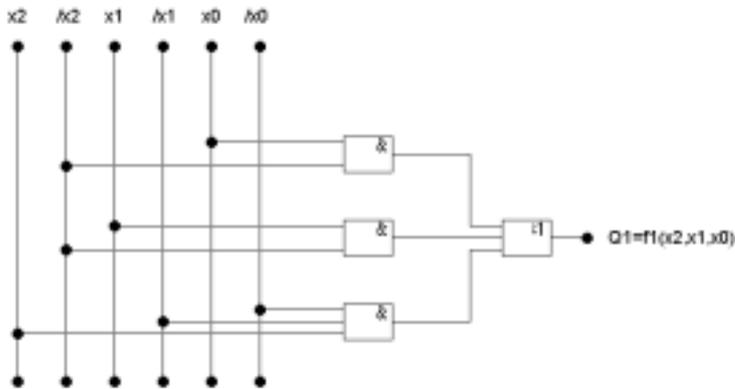
1. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=0$.
Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_1=f_1(x_3,x_2,x_1,x_0)$.
Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.
2. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=1$.
Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_2=f_2(x_3,x_2,x_1,x_0)$.
Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.
3. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=\text{beliebig}$ (don't care Terme).
Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_3=f_3(x_3,x_2,x_1,x_0)$.
Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.

Die Zeichnung kann ähnlich wie in Aufgabe 3 erfolgen (nicht streng!).

2. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

Bündelminimierung logischer Schaltungen

Gegeben sind folgende Schaltungen:



Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung durch Bündelminimierung

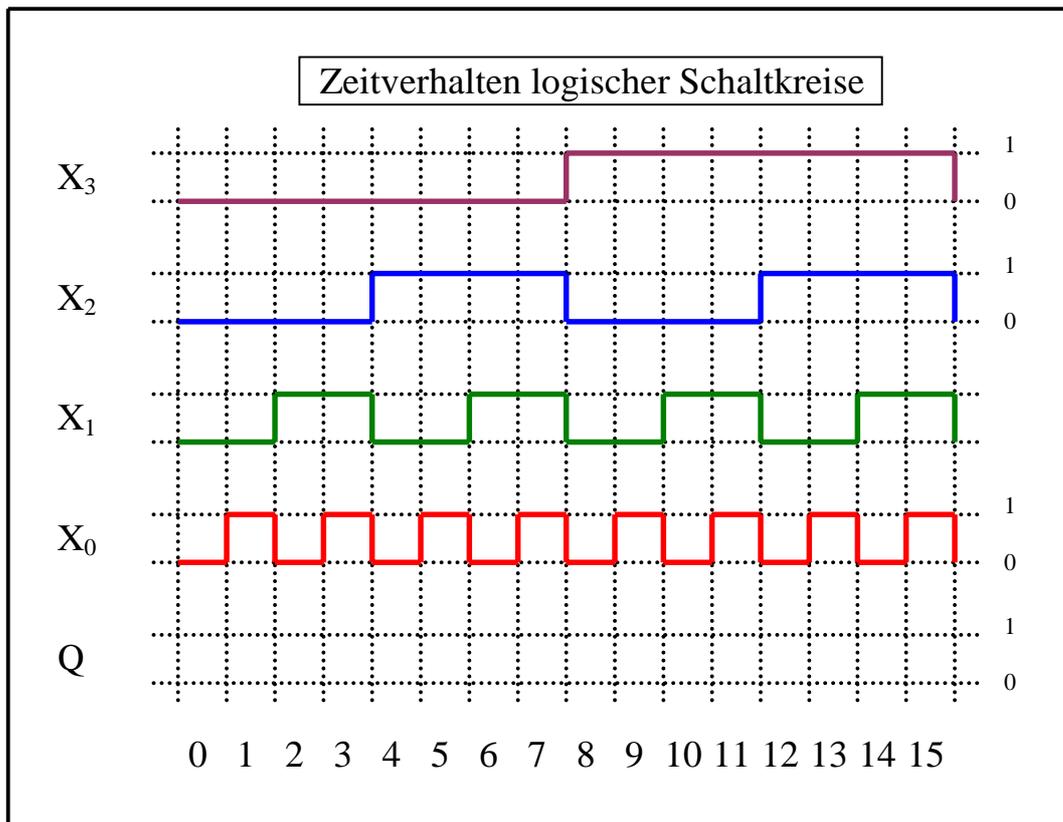
1. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalformen der Funktionen .
2. Bestimmen Sie die Karnaugh-Veitch-Diagramme der Funktionen.
3. Bestimmen Sie die Funktionen der optimalen Bündelminimierung mit den Karnaugh-Veitch-Diagrammen.
4. Zeichnen Sie die Schaltungen der minimierten Funktionen in der Art wie in der Aufgabenstellung.
5. Zeichnen Sie das Zeitverhalten.

Bemerkung:

1. Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.
Beispiel: $abc \equiv a \wedge b \wedge c$
2. Für bestimmte Fälle wird x_0 mit $2^0=1$, x_1 mit $2^1=2$, x_2 mit $2^2=4$ und später x_3 mit $2^3=8$ u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.
3. Die Gatter können beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter.
4. Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

Hilfen:

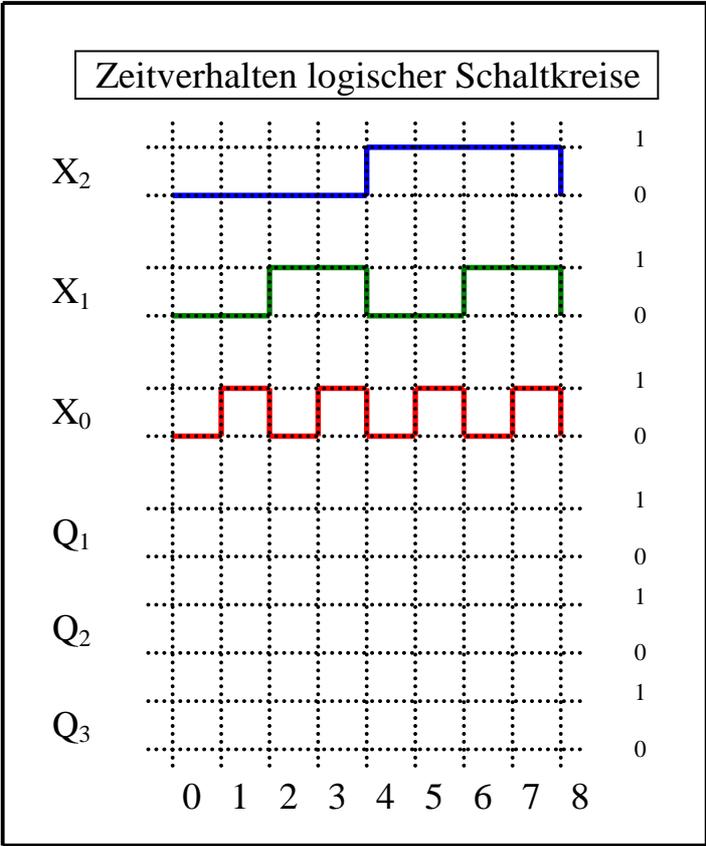
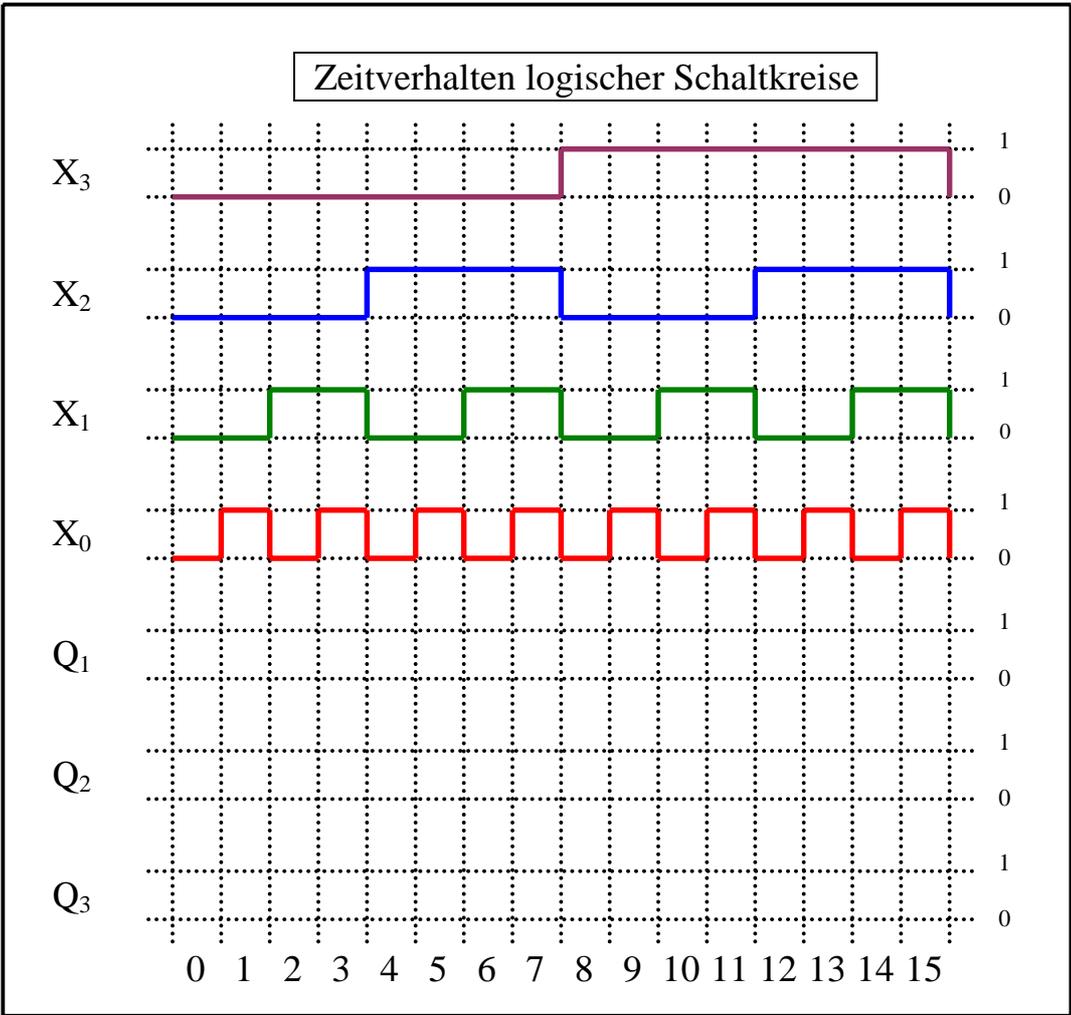
Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	0000		
1	0001		
2	0010		
3	0011		
4	0100		
5	0101		
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		
10	1010		
11	1011		
12	1100		
13	1101		
14	1110		
15	1111		



		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	0	1	5	4	0	
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		X₂					
		0	0	1	1		

X₀					
0	1	1	0		
0	1	5	4	0	X₁
2	3	7	6	1	
0	0	1	1		
X₂					

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	000		
1	001		
2	010		
3	011		
4	100		
5	101		
6	110		
7	111		



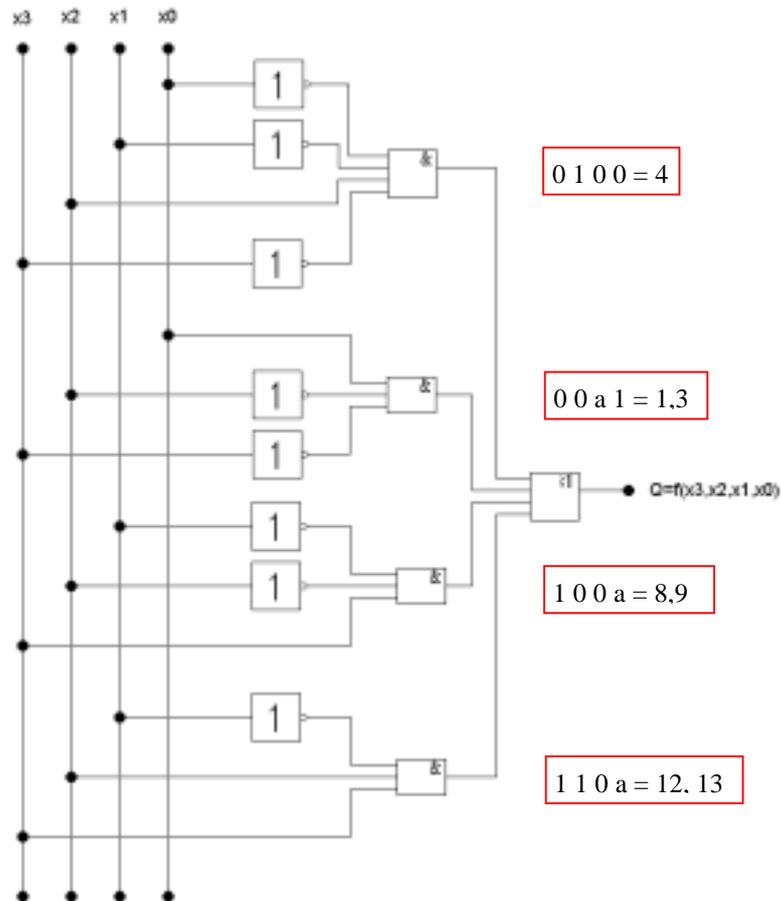
Lösung

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

Minimieren Sie die Schaltung

- Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q=f(x_3,x_2,x_1,x_0)$ streng nach der Schaltung.

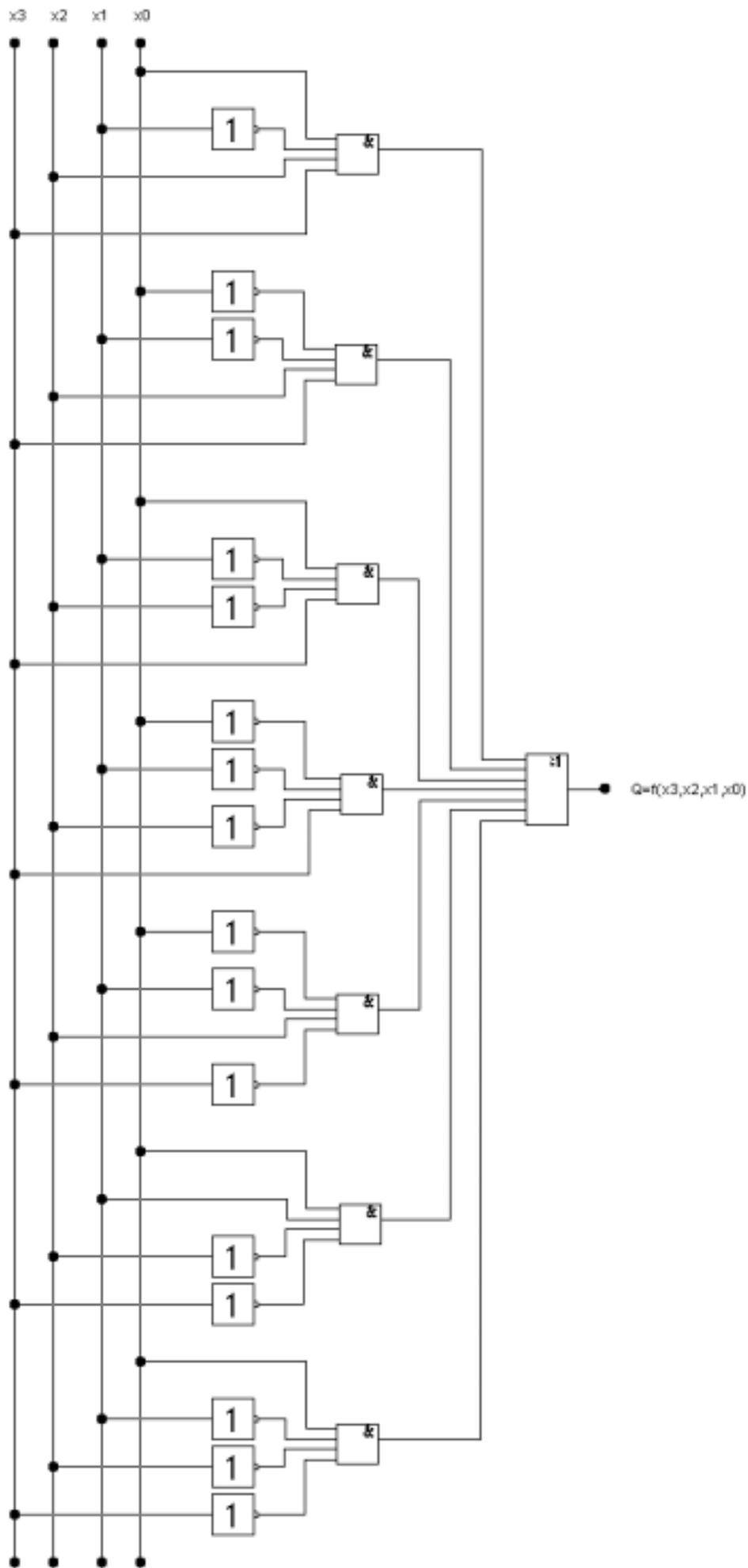


$$Q = x_3x_2\bar{x}_1 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0$$

2. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform der Funktion und zeichnen Sie die Schaltung für die disjunktive Normalform streng nach der Formel.

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	0000		$x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	0001	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	0010		$x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	0011	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	0100	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	0101		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	0110		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	0111		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
8	1000	$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
9	1001	$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
10	1010		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
11	1011		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
12	1100	$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
13	1101	$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
14	1110		$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
15	1111		$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

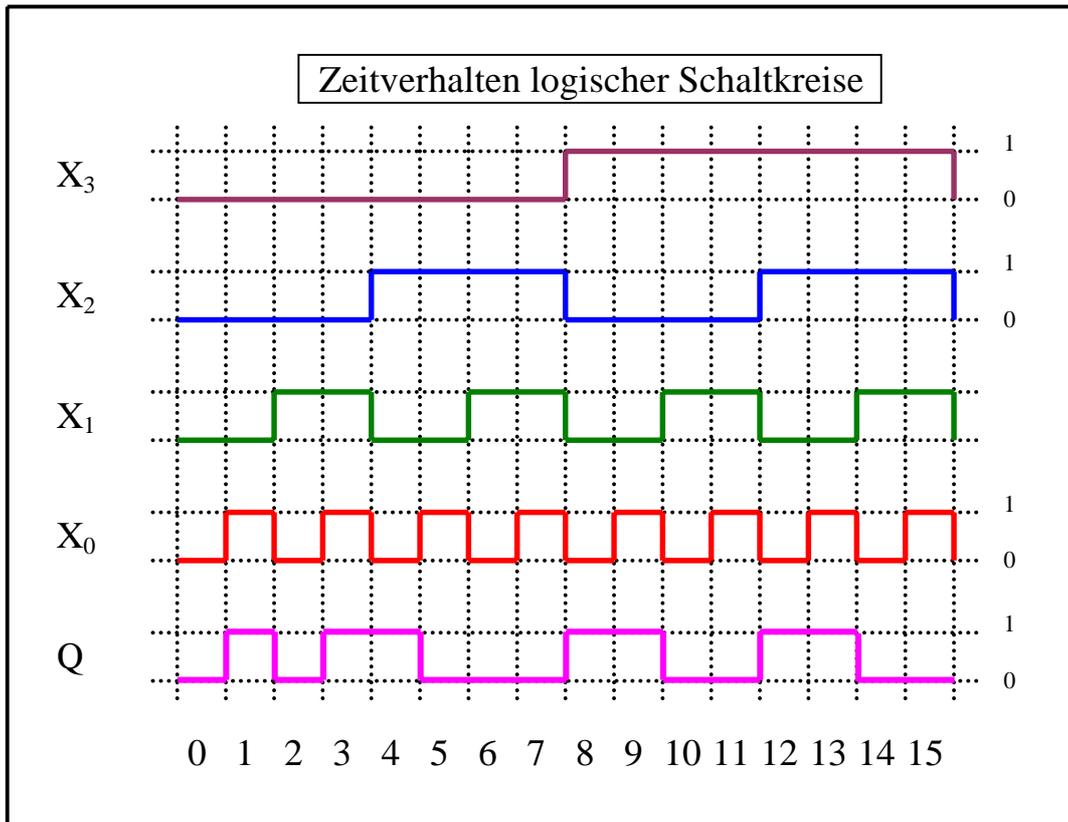
$$Q_{KDNF} = x_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$



$$Q_{KDNF} = x_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

3. Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion

$$Q_{KDNF} = x_3x_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0$$



4. Bestimmen Sie das Karnaugh-Veitch-Diagramm der Funktion
5. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm.

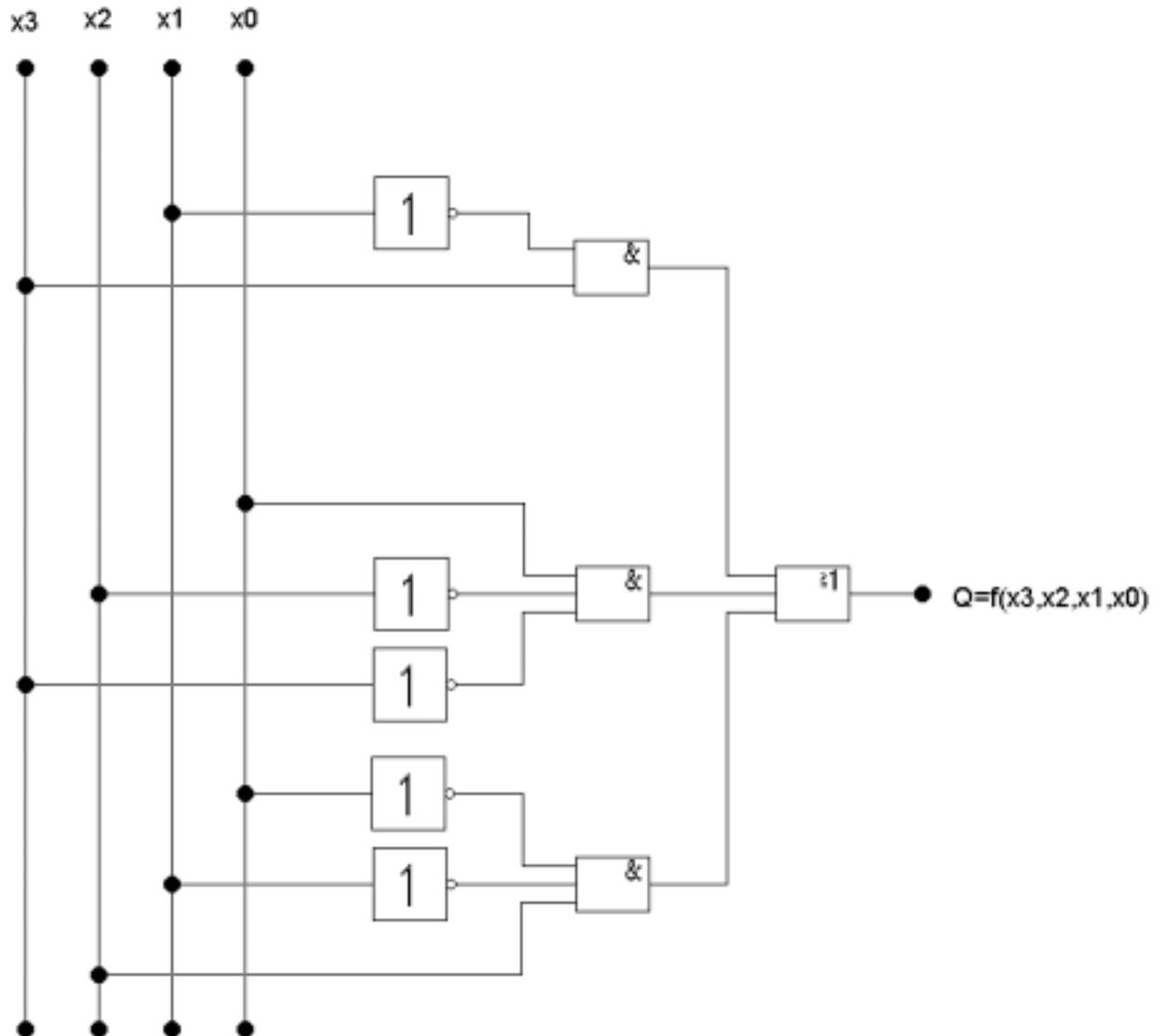
		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0		1		1	0	
	0		1			1	
	1					1	
	1	1	1	1	1	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

$$Q_{Min} = x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0		1		1	0	
	0		1			1	
	1					1	
	1	1	1	1	1	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

6. Zeichnen Sie den Schaltplan der minimierten Booleschen Funktion $Q_{\min} = f_{\min}(x_3, x_2, x_1, x_0)$ streng nach der Gleichung.

$$Q_{\min} = x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$



2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mit don't care Termen

1. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=0$.
Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_1=f_1(x_3, x_2, x_1, x_0)$.
Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.

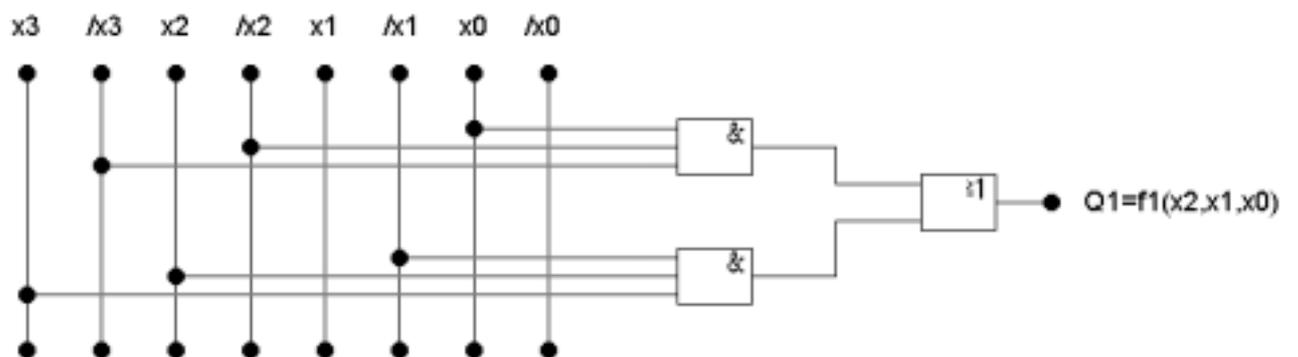
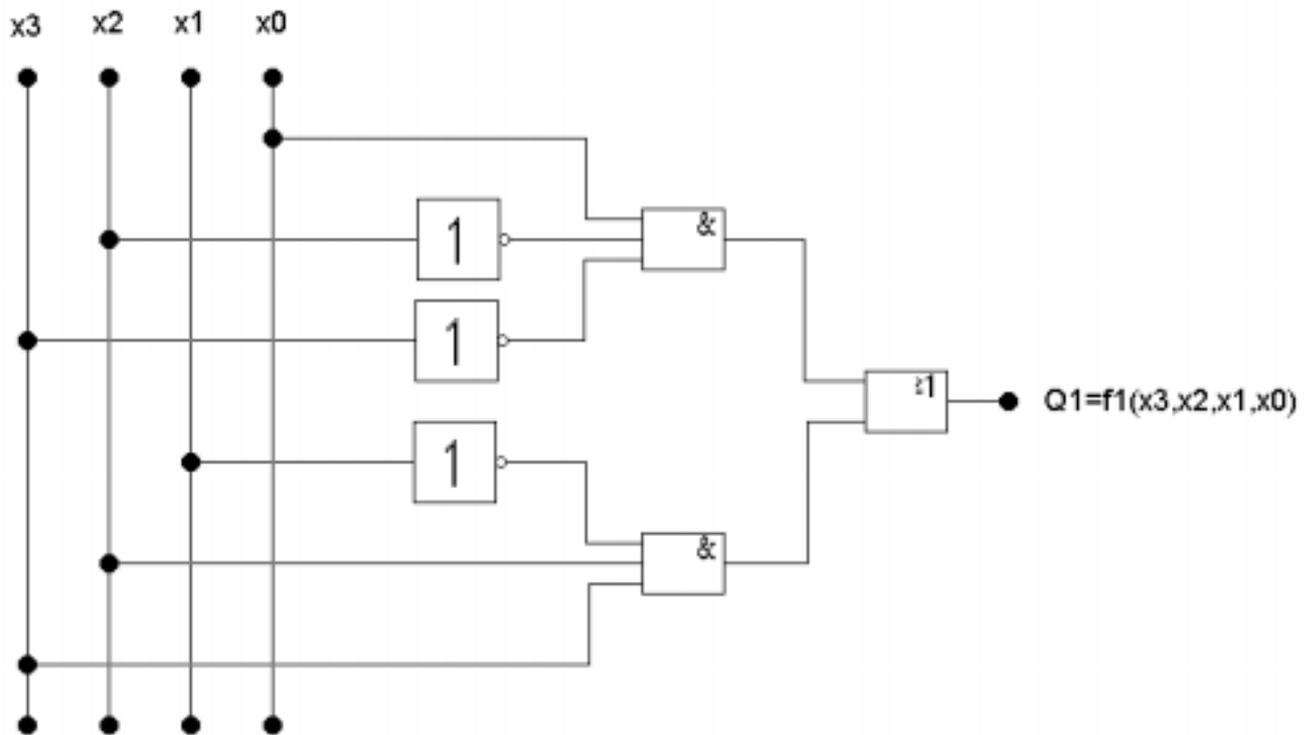
		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0		1	0		0	X_1
		0	1	5	4		
	0	0	1	0		1	
		2	3	7	6		
1	0					1	
		10	11	15	14		
1	0	0	0	1	1	0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{1-KDNF} = x_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$Q_{1-Min} = x_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$

12,13 – x_0 eliminiert
1,3 – x_1 eliminiert

$$Q_{1-Min} = x_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$



2. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=1$.
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_2=f_2(x_3,x_2,x_1,x_0)$.
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.

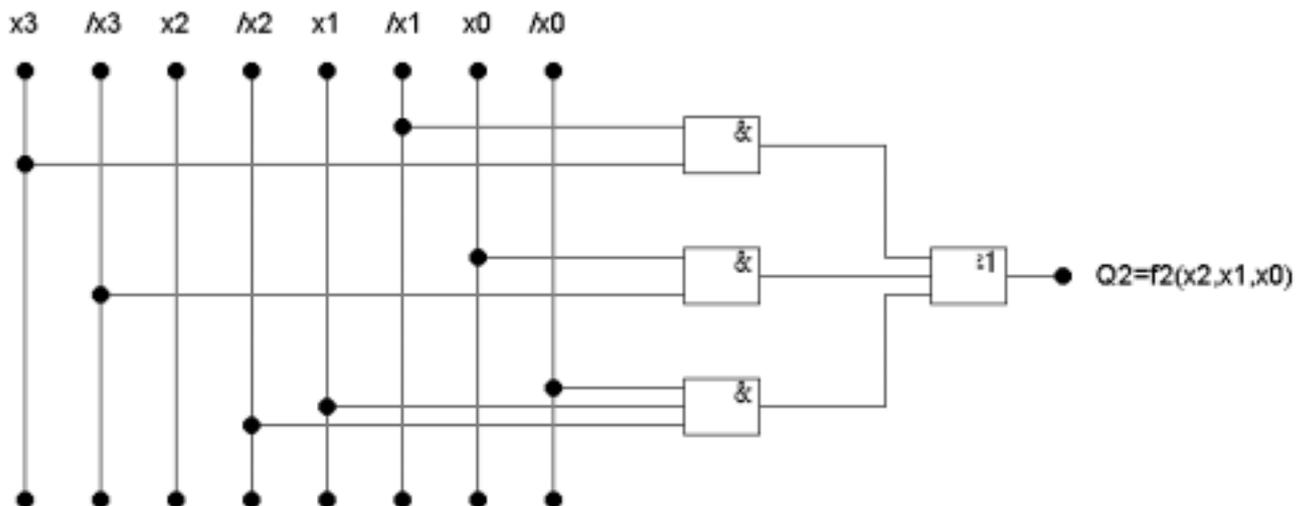
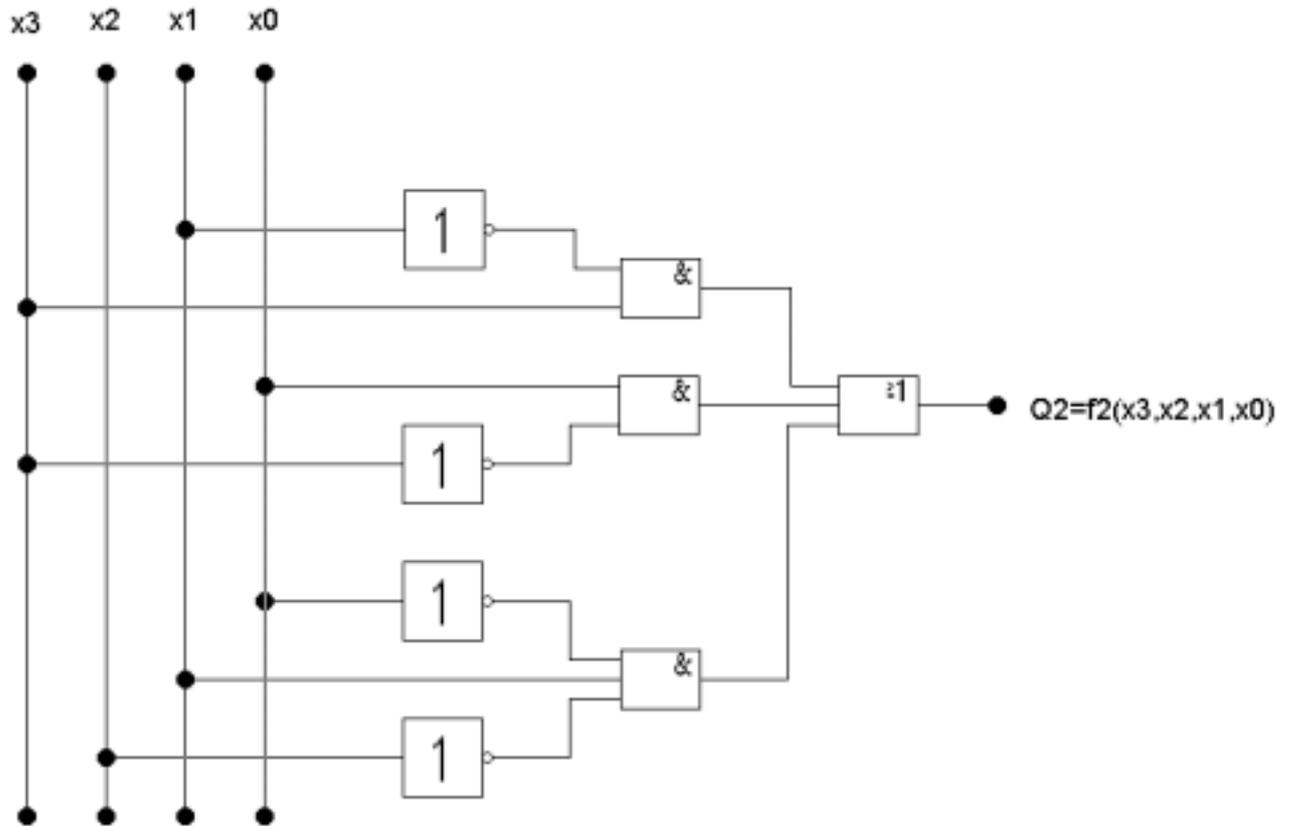
		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	0	1 1	1 5	4	0	
	0	1 2	1 3	1 7	6	1	
	1	1 10	11	15	14	1	
	1	1 8	1 9	1 13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

$$Q_{2-KDNF} = x_3x_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \\ \vee \bar{x}_3x_2x_1x_0 \vee \bar{x}_3x_2\bar{x}_1x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0$$

$$Q_{2-Min} = x_3\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3x_0 \vee \bar{x}_2x_1\bar{x}_0$$

8,9,12,13	– x₂ und x₀ eliminiert
1,3,5,7	– x₂ und x₁ eliminiert
2,10	– x₃ eliminiert

$$Q_{2-Min} = x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0$$



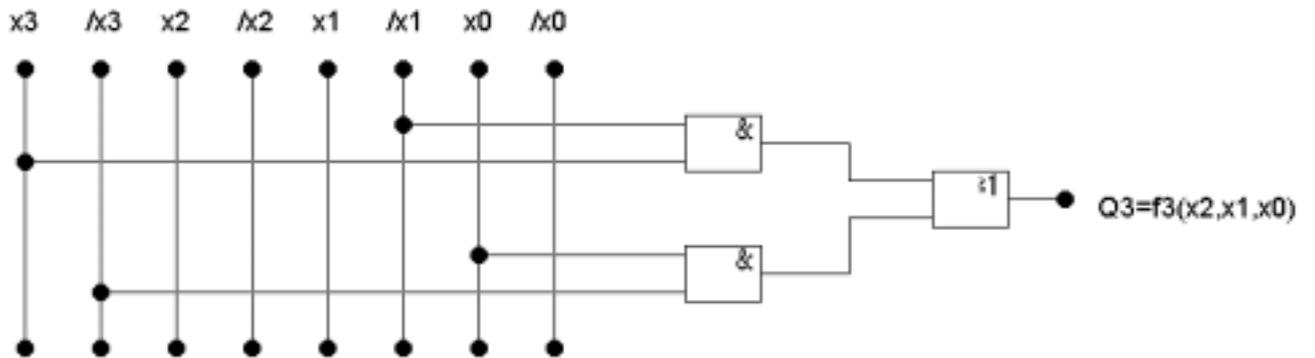
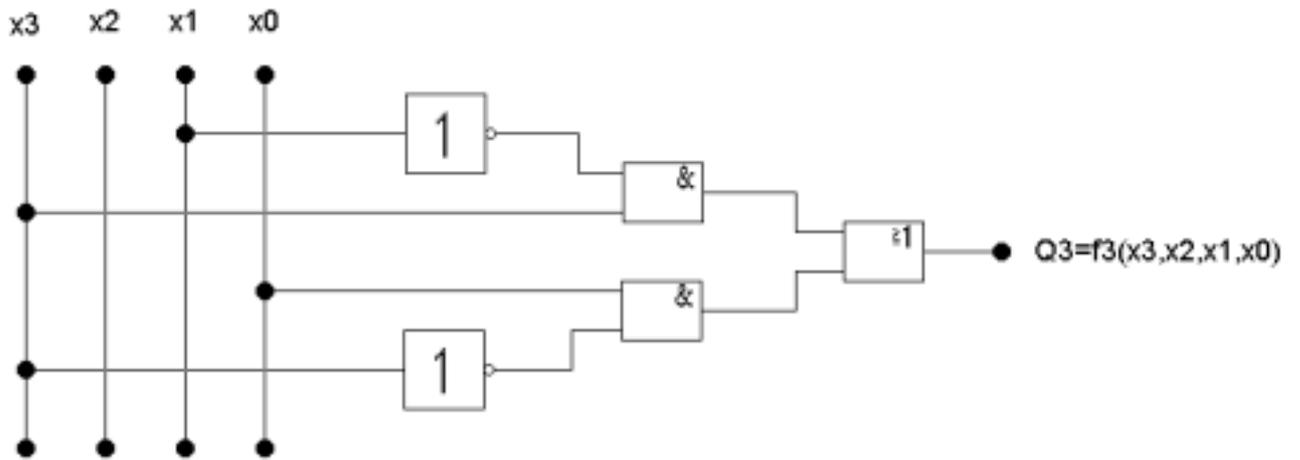
3. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für a=beliebig (don't care Terme) .
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_3=f_3(x_3,x_2,x_1,x_0)$.
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	0	1 1	5 1	4	X₁	
	0	2 0	3 1	7 1	6		
	1	10 0	11	15	14		
	1	8 1	9 1	13 1	12 1		
		0	0	1	1		
		X₂					

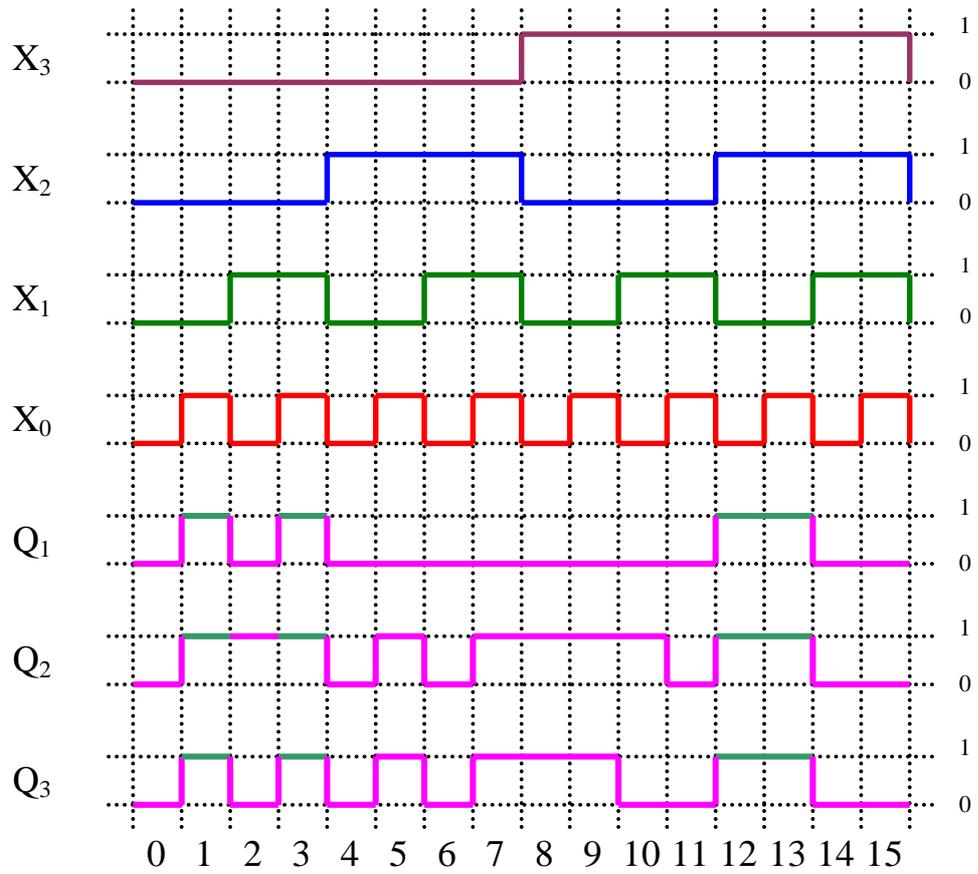
$$\begin{aligned}
 Q_{3-KDNF} &= x_3x_2x_1x_0 \vee x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_3x_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2x_1x_0 \vee x_3\bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \\
 &\vee \bar{x}_3x_2x_1x_0 \vee \bar{x}_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3x_2\bar{x}_1x_0 \vee \bar{x}_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \\
 &\cong 1,3,5,7,8,9,12,13
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{3-Min} &= x_3\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3x_0 & \mathbf{8,9,12,13} & \quad - \mathbf{x_2} \text{ und } \mathbf{x_0} \text{ eliminiert} \\
 & & \mathbf{1,3,5,7} & \quad - \mathbf{x_2} \text{ und } \mathbf{x_1} \text{ eliminiert}
 \end{aligned}$$

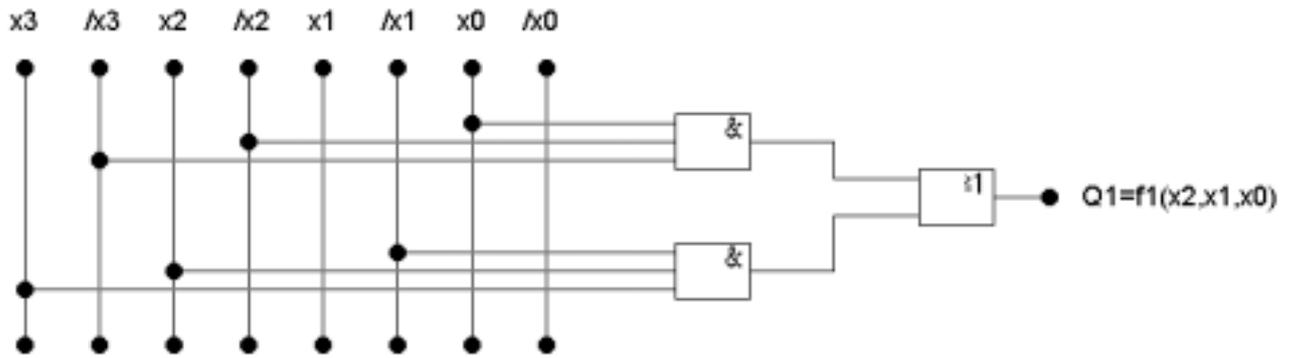
$$Q_{3-Min} = x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_0$$



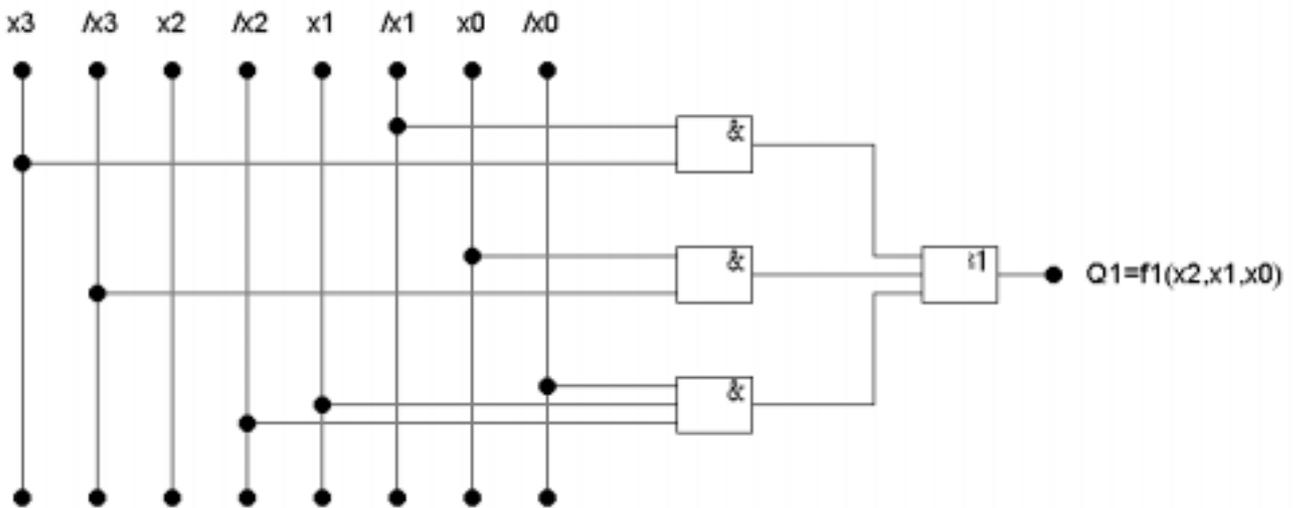
Zeitverhalten logischer Schaltkreise



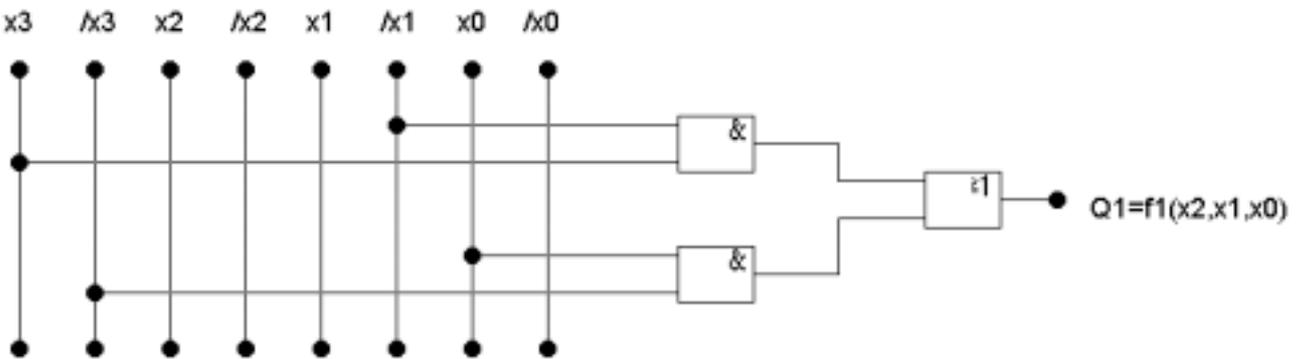
$$Q_{1-MIN} = x_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \quad \mathbf{a=0}$$



$$Q_{2-Min} = x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \quad \mathbf{a=1}$$



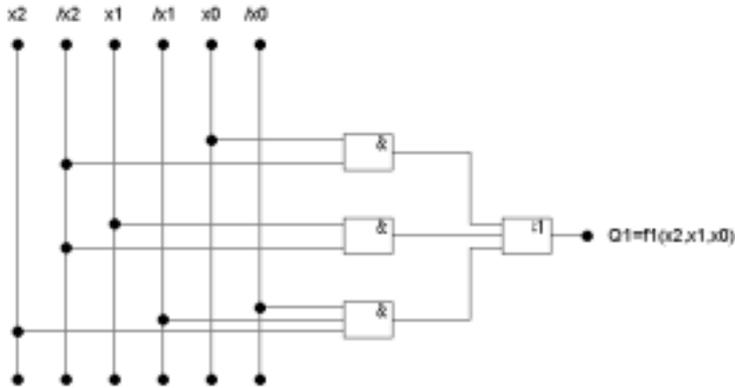
$$Q_{3-Min} = x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_0 \quad \mathbf{a=beliebig (don't care)}$$



2. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

Bündelminimierung logischer Schaltungen

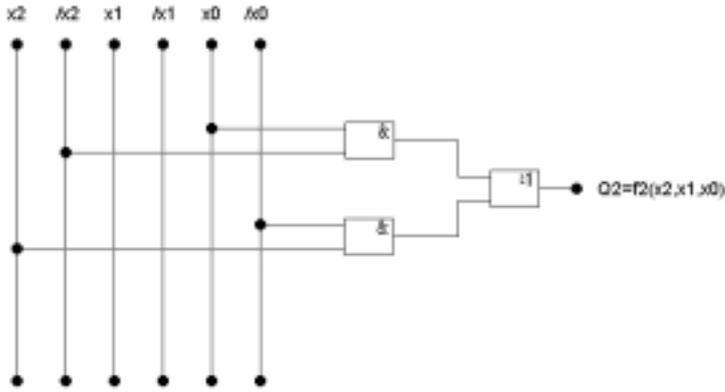
- Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalformen der Funktionen .
-



Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	001	$\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	010	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	011	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	100	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	101		$\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	110		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	111		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

$$Q_{1-KDNF} = x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

X₀					
0	1	1	0		
0	1	5	1	0	X₁
1	1	7	6	1	
0	0	1	1		
X₂					



Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	000		$x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	001	$\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	010		$x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	011	$\bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	100	$x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	101		$\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	110	$x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
7	111		$\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

$$Q_{2-KDNF} = x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

X₀					
0	1	1	0		
0	1	5	1	0	X₁
2	1	7	1	1	
0	0	1	1		
X₂					

2. Bestimmen Sie die Karnaugh-Veitch-Diagramme der Funktionen.

3. Bestimmen Sie die Funktionen der optimalen Bündelminimierung mit den Karnaugh-Veitch-Diagrammen.

X₀					
0	1	1	0		
0	1	5	1	0	X₁
1	1	7	6	1	
0	0	1	1		
X₂					

$$Q_{1-KDNF} = x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$Q_{1-Min} = x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 \vee \bar{x}_2 x_0$$

$$Q_{1-BüMin} = \underline{x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0} \vee \bar{x}_2 x_1 \vee \underline{\bar{x}_2 x_0}$$

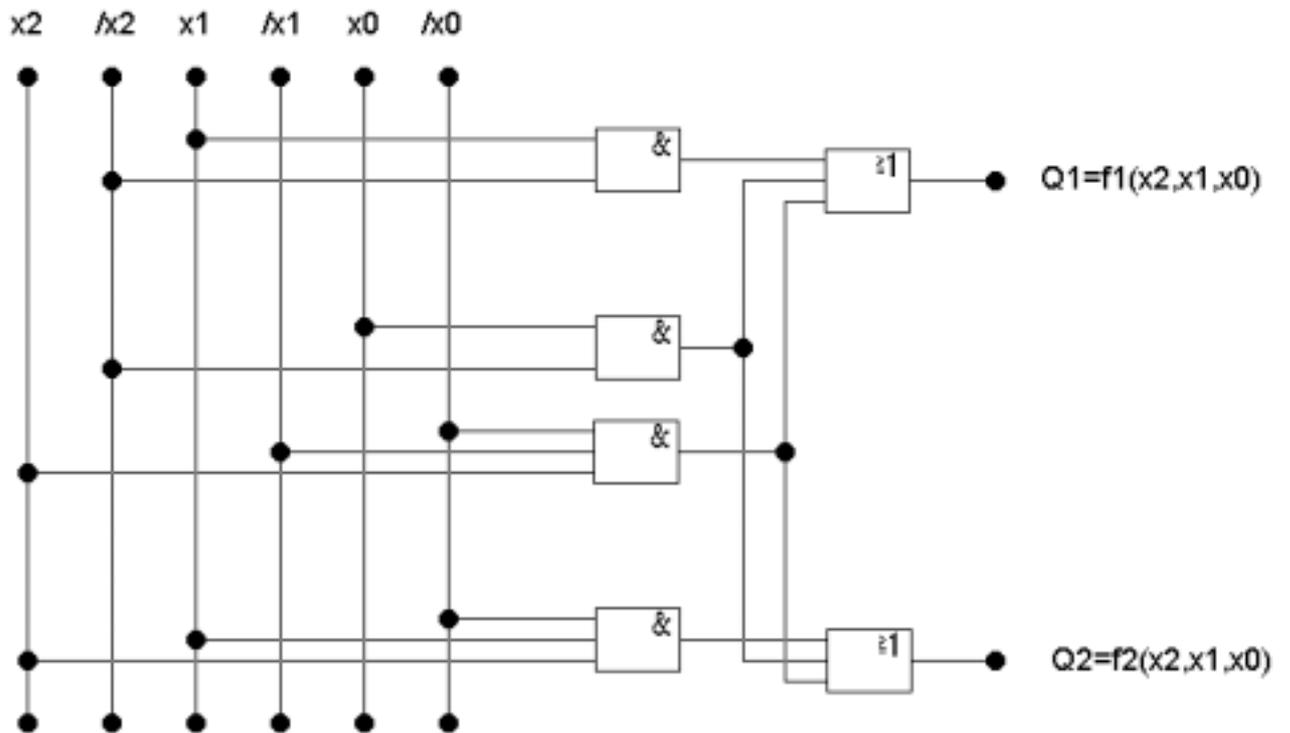
X₀					
0	1	1	0		
0	1	5	1	0	X₁
2	1	7	1	1	
0	0	1	1		
X₂					

$$Q_{2-KDNF} = x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$Q_{2-Min} = x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_2 x_0$$

$$Q_{2-BüMin} = x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \underline{x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0} \vee \underline{\bar{x}_2 x_0}$$

4. Zeichnen Sie die Schaltungen der minimierten Funktionen in der Art wie in der Aufgabenstellung.



5. Zeichnen Sie das Zeitverhalten.

