UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. Hans-Joachim Lieske
Tel. [49] - 0341 - 97 32213
lieske@informatik.uni-leipzig.de

Aufgaben Technische Informatik II

2. Semester / Sommersemester 1999

Aufgabe 2.1.1. - Gleichrichterschaltungen mit Halbleiterdioden

Gegeben sind folgende Schaltungen mit idealen Dioden:

1.Fall: Einweggleichrichtung

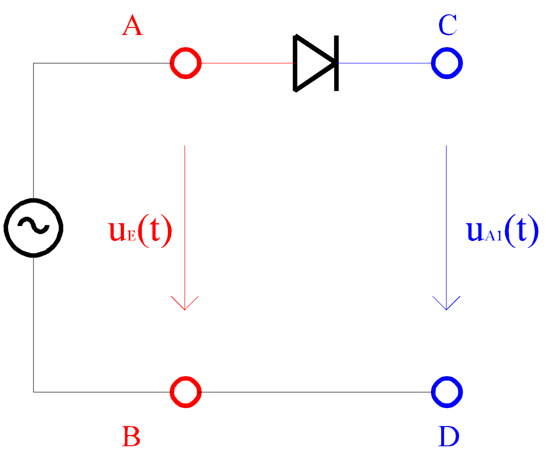


Abb. 1

2. Fall: Brückengleichrichtung

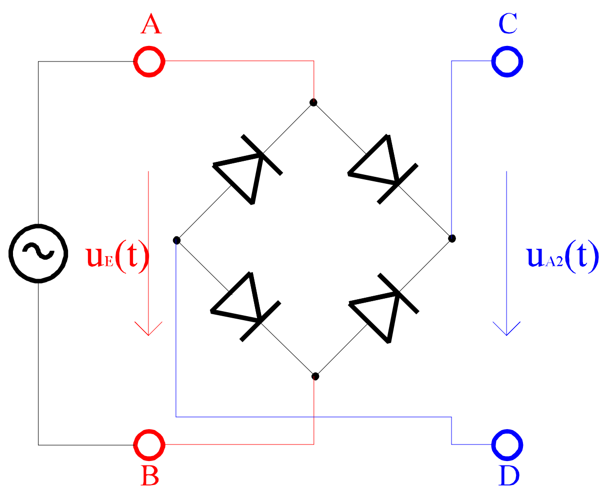


Abb. 2

Die Schaltungen werden mit einer sinusförmigen Spannung u_E entsprechend Abb. 3 angesteuert.
[$u_E(t)=U_E \sin(\omega t+\varphi_{uE})$ mit $\varphi_{uE}=0$]

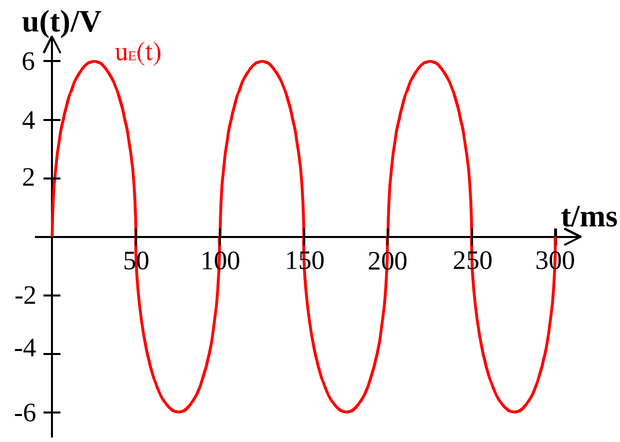


Abb. 3

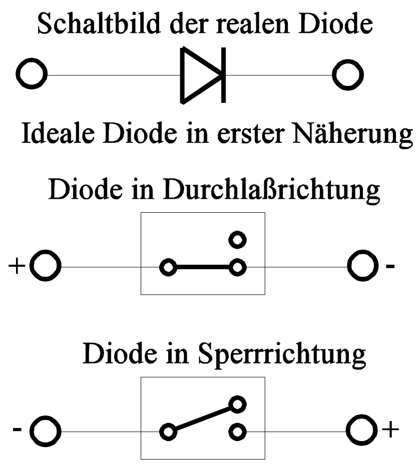


Abb. 4

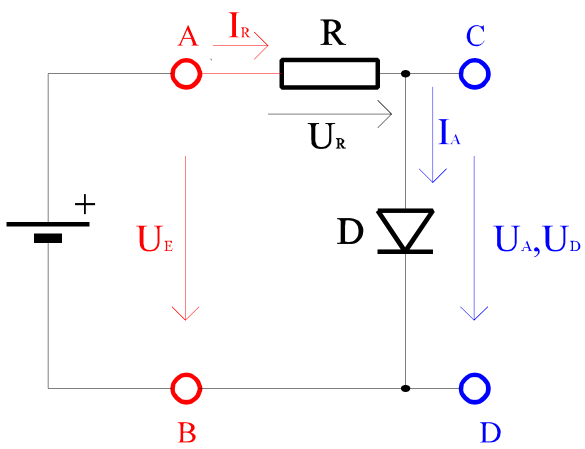
Aufgabe:
Wie ist der zeitliche Verlauf der Spannung $u_{A1}(t)$ und $u_{A2}(t)$ zwischen den Punkten C und D?

1. Bestimmen Sie den mathematischen Ausdruck der Funktion $u_E(t)$ mit den aus Abb. 3 gegebenen Werten.
2. Zeichnen Sie die Ausgangsfunktionen $u_{A1}(t)$ und $u_{A2}(t)$ in einer Zeitfunktion ähnlich Abb. 3 über mindestens 2 Perioden.
3. Bestimmen Sie den mathematischen Ausdruck der Funktionen $u_{A1}(t)$ und $u_{A2}(t)$ für Fall 1 und 2.

Vergessen Sie bei der mathematische Betrachtung die Maßeinheiten nicht!

Aufgabe 2.1.2. - Der Arbeitspunkt von Halbleiterdioden

Gegeben sei folgende Schaltung:



Kennlinien:

D$_1$: $I_{D1}(U_{D1}) = a\, U_{D1}$ für $U_{D1} \in [0,10]$ V
$I_{D1}(U_{D1}) = 0$ für $U_{D1} \in [0,-10]$ V

D$_2$: $I_{D2}(U_{D2}) = b\, U_{D2}^8$ für $U_{D2} \in [0,10]$ V
$I_{D2}(U_{D2}) = 0$ für $U_{D2} \in [0,-10]$ V

Werte:

$a = 2$ mA/V
$b = 2$ mA/V^8
$R = 500\ \Omega$
$U_E = 2$V

Abb. 5

Für die Diode 1 wird hier eine idealisierte Form der Kennlinie verwendet (Abb 6). R_D verkörpert den Durchlaßwiderstand der Diode.

Für die Diode D_2 wurde die relativ einfache Approximation
$I_{D2}(U_{D2}) = b\, U_{D2}^8$ für $U_{D2} \in [0,10]$ V
und $I_{D2}(U_{D2}) = 0$ für $U_{D2} \in [0,-10]$ V
verwendet

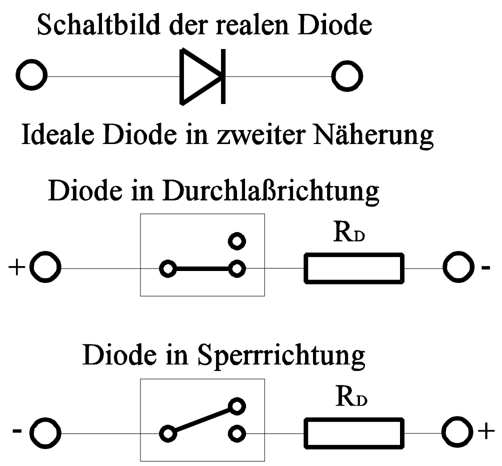


Abb. 6

Aufgabe:

1. Berechnen Sie die Ströme I_{A1} und I_{A2}, wenn über die Dioden D_1 und D_2 Spannungen U_{A1} bzw. U_{A2} von 0,4 V bis 1,2 V in Abständen von 0,05V anliegen. R und U_E spielen hier keine Rolle, da die Spannung direkt an den Dioden anliegt.

2. Bestimmen Sie graphisch mit Hilfe der Kennlinien die über die Dioden abfallenden Spannungen U_{A1} und U_{A2} sowie die über die Dioden D_1 und D_2 fließenden Ströme I_{A1} und I_{A2} für die Spannung U_E=2V und einen Widerstand R=500Ω.

3. Bestimmen Sie die analytische Form der Lastgeraden [Gleichung $I_R=f(U_R)$]

4. Berechnen Sie die Spannung U_{A1} und den Strom I_{A1} aus der analytischen Form.
Benutzen Sie dazu die Gleichung des Schnittpunktes der Kennlinie 1 mit der Lastgeraden.

5. Überprüfen Sie durch Einsetzen der Werte für Spannung U_{A2} in die analytische Form die Richtigkeit des Arbeitspunktes. Benutzen Sie dazu die Gleichung des Schnittpunktes der Kennlinie 2 mit der Lastgeraden und die unter Punkt 2 gefundene Spannung U_{A1}. Überprüfen Sie die Richtigkeit des Stromes I_{A2}.

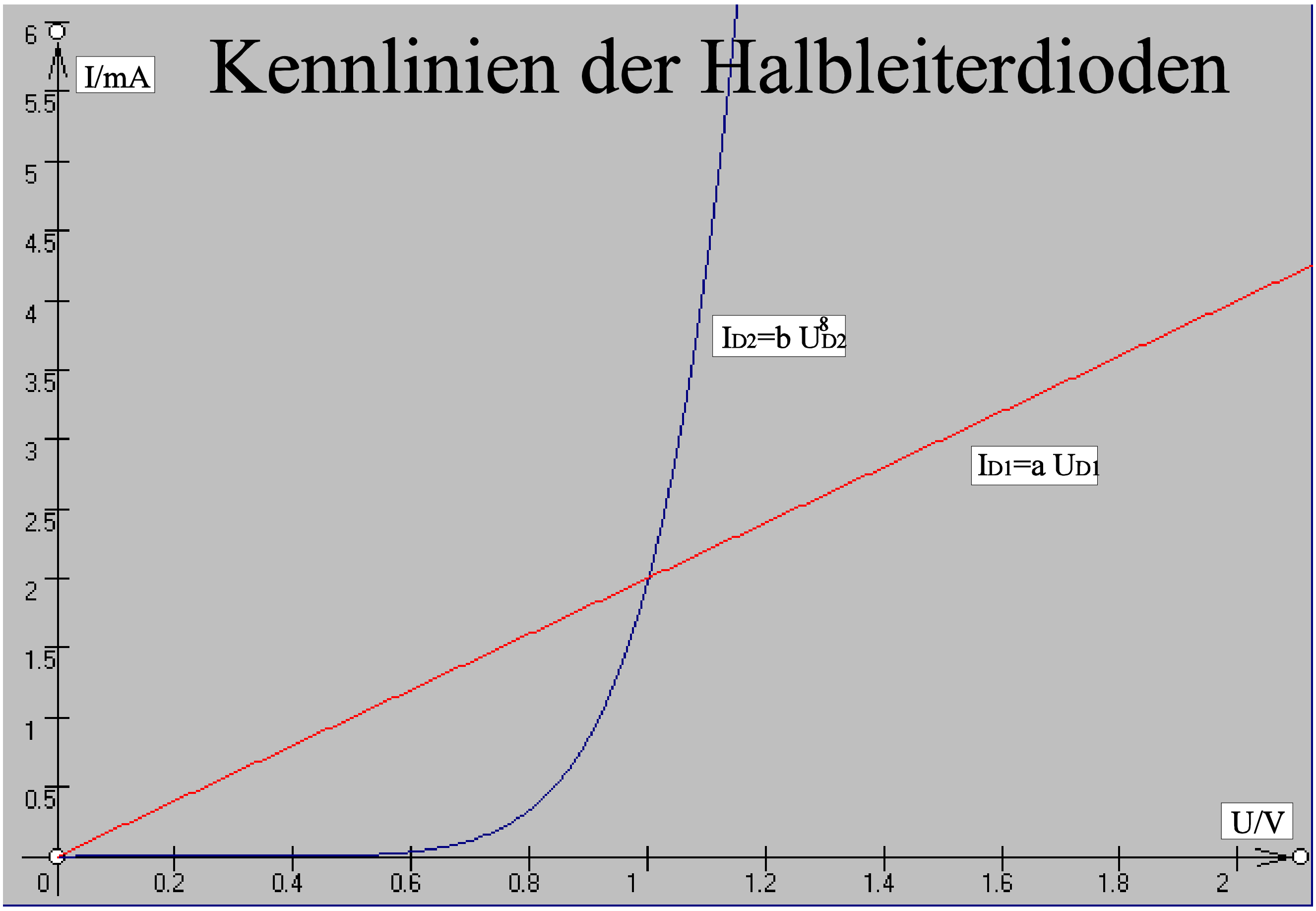


Abb. 7

Lösungen:

Lösung - Aufgabe 2.1.1.
Gleichrichterschaltungen mit Halbleiterdioden

1. Bestimmen Sie den mathematischen Ausdruck der Funktion $u_E(t)$ mit den aus Abb. 3 gegebenen Werten.
2. Zeichnen Sie die Ausgangsfunktionen $u_{A1}(t)$ und $u_{A2}(t)$ in einer Zeitfunktion ähnlich Abb. 3 über mindestens 2 Perioden.
3. Bestimmen Sie den mathematischen Ausdruck der Funktionen $u_{A1}(t)$ und $u_{A2}(t)$ für Fall 1 und 2.

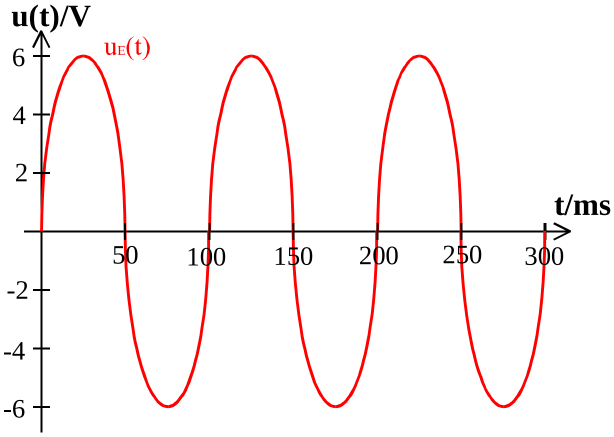


Abb. 8

Periodendauer: T=100ms

Frequenz: $f = T^{-1}$
$f = 10Hz$
$\omega = 2\pi f$
$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 10Hz = 62{,}8 s^{-1}$

$$\boxed{u_E(t) = 6V \sin(62{,}8\ s^{-1}\ t)}$$

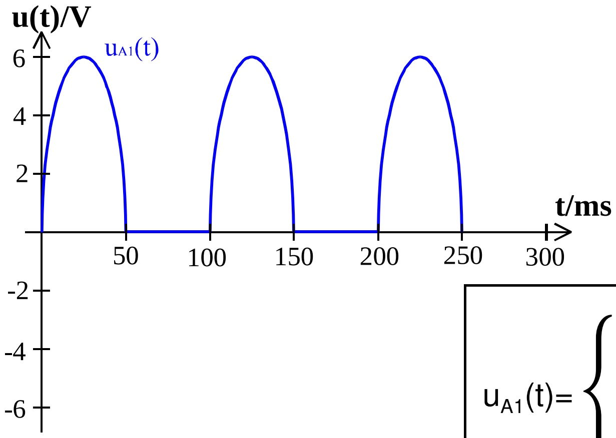


Abb. 9

$$u_{A1}(t) = \begin{cases} 6V \sin(62{,}8\ s^{-1}\ t) & \text{für } t \in [0,50]\ ms + kT \\ 0 & \text{für } t \in [50,100]\ ms + kT \end{cases}$$

mit T=100ms und $k \in N$ (0,1,2,...)

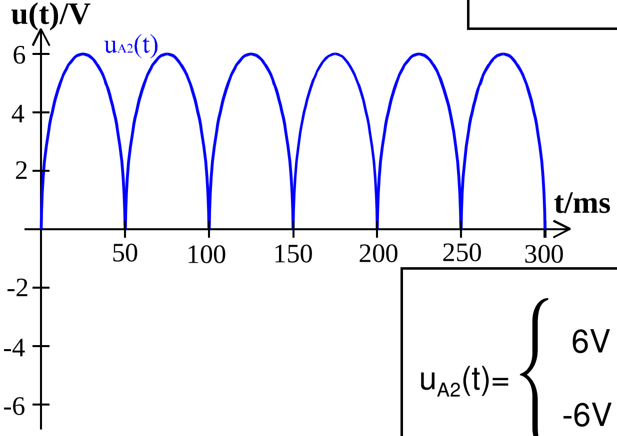


Abb. 10

$$u_{A2}(t) = \begin{cases} 6V \sin(62{,}8\ s^{-1}\ t) & \text{für } t \in [0,50]\ ms + kT \\ -6V \sin(62{,}8\ s^{-1}\ t) & \text{für } t \in [50,100]\ ms + kT \end{cases}$$

mit T=100ms und $k \in N$ (0,1,2,...)

auch möglich: $u_{A2}(t)=|6V \sin(62{,}8\ s^{-1}\ t)|=6V\ |\sin(62{,}8\ s^{-1}\ t)|$

Lösung - Aufgabe 2.1.2.
Der Arbeitspunkt von Halbleiterdioden

1. **Berechnen Sie die Ströme I_{A1} und I_{A2}, wenn über die Dioden D_1 und D_2 Spannungen U_{A1} bzw. U_{A2} von 0,4 V bis 1,2 V in Abständen von 0,05V anliegen. R und U_E spielen hier keine Rolle, da die Spannung direkt an den Dioden anliegt.**

Kennlinien:

D_1 : $I_{D1}(U_{D1}) = 2\ mA/V \cdot U_{D1}$ für $U_{D1} \in [0,10]$ V
$I_{D1}(U_{D1}) = 0$ für $U_{D1} \in [0,-10]$ V

D_2 : $I_{D2}(U_{D2}) = 2\ mA/V^8 \cdot U_{D2}^8$ für $U_{D2} \in [0,10]$ V
$I_{D2}(U_{D2}) = 0$ für $U_{D2} \in [0,-10]$ V

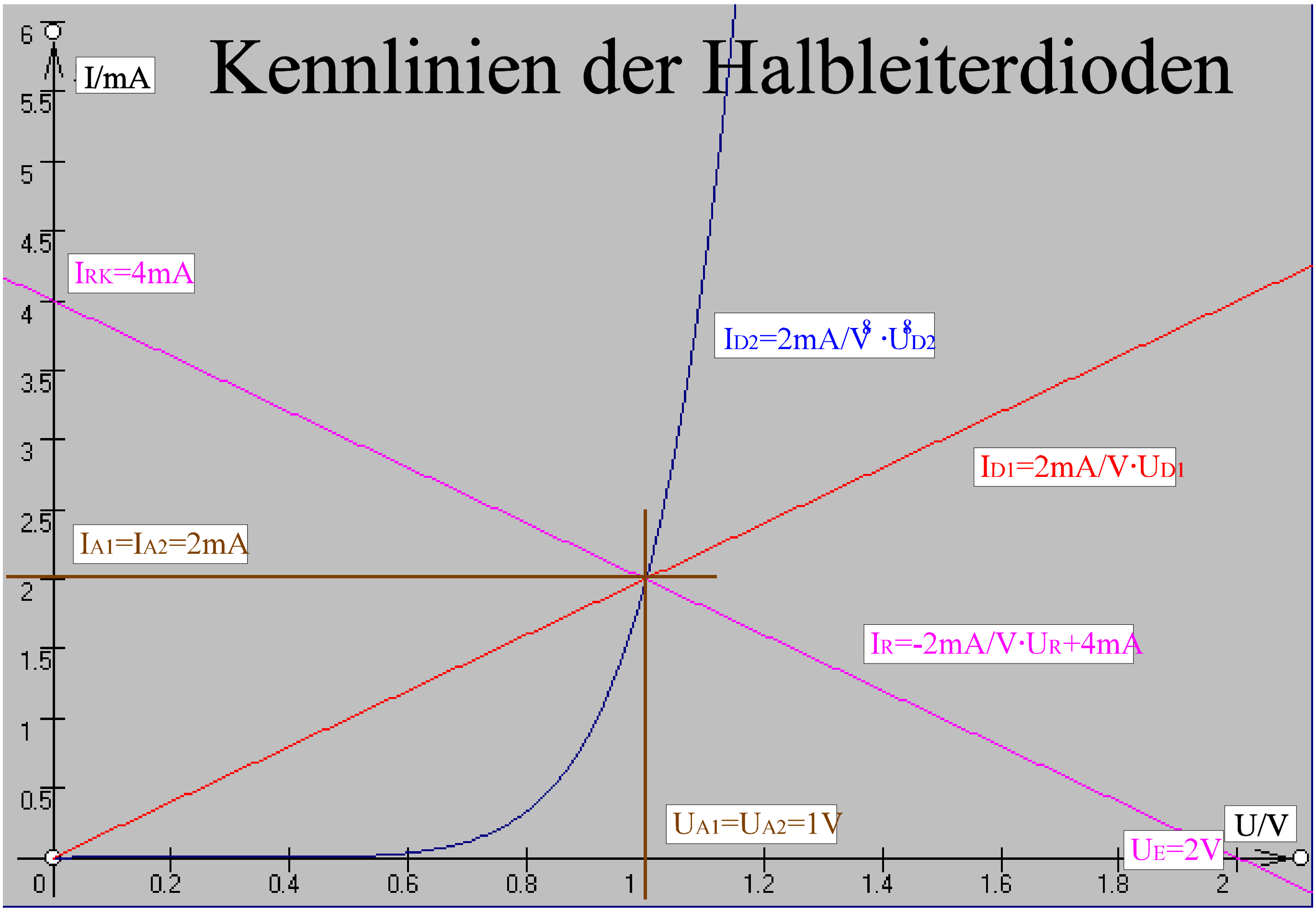
U_{A1} bzw. U_{A2}	**I_{A1}**	**I_{A21}**
0,40 V	**0,8 mA**	**1,311 µA**
0,45 V	**0,9 mA**	**3,363 µA**
0.50 V	**1,0 mA**	**7,813 µA**
0,55 V	**1,1 mA**	**16,75 µA**
0,60 V	**1,2 mA**	**33,59 µA**
0,65 V	**1,3 mA**	**63,73 µA**
0,70 V	**1,4 mA**	**115,3 µA**
0,75 V	**1,5 mA**	**200,2 µA**
0,80 V	**1,6 mA**	**335,5 µA**
0,85 V	**1,7 mA**	**545,0 µA**
0,90 V	**1,8 mA**	**860,9 µA**
0,95 V	**1,9 mA**	**1,327 mA**
1,00 V	**2,0 mA**	**2,000 mA**
1,05 V	**2,1 mA**	**2,955 mA**
1,10 V	**2,2 mA**	**4,287 mA**
1,15 V	**2,3 mA**	**6,118 mA**
1,20 V	**2,4 mA**	**8,600 mA**

2. **Bestimmen Sie graphisch mit Hilfe der Kennlinien die über die Dioden abfallenden Spannungen U_{A1} und U_{A2} sowie die über die Dioden D_1 und D_2 fließenden Ströme I_{A1} und I_{A2} für die Spannung U_E=2V und einen Widerstand R=500Ω.**

U_E=2V

$I_{RK}=U_E/R$=2V/500Ω=4 mA

Mit diesen Werten läßt sich die R-Gerade zeichnen.



Aus dem Schnittpunkt der R-Gerade und der Kennlinien ergeben Sich die Arbeitspunkte:

U_1 = 1V $\quad$ I_1 = 2 mA

U_2 = 1V $\quad$ I_2 = 2 mA

Über beide Dioden fällt die gleiche Spannung ab und es fließt der gleiche Strom.
Dies ist natürlich ein Sonderfall zur Demonstration.

3. Bestimmen Sie die analytische Form der Lastgeraden [Gleichung $I_R=f(U_R)$]

Widerstandsgerade:

$$I_R(U_R)=-R^{-1}U_R+U_E/R$$

$$=-(500\Omega)^{-1}\cdot U_R + 2V/500\Omega$$
$$=-2mA/V\cdot U_R + 4mA$$

oder aus den zwei Punkten:

Kurzschluss:	$U_{RK}=0$	$I_{RK}=U_E/R=2V/500\Omega=4mA$
Leerlauf:	$U_{RL}=U_E=2V$	$I_{RL}=0$

$$I_{RK}=a\cdot U_{RK}+b$$
$$I_{RL}=a\cdot U_{RL}+b$$

2 Gleichungen mit 2 Unbekannten, daraus folgt:

$$a=(I_{RK}-I_{RL})/(U_{RK}-U_{RL})$$

$$=(4mA-0mA)/(0V-2V)=4mA/(-2V)=-2mA/V$$

$$b=I_{RK}-a\cdot U_{RK}=4mA-(-2mA/V\cdot 0V)=4mA$$

$$b=I_{RL}-a\cdot U_{RL}=0mA-(-2mA/V\cdot 2V)=4mA$$

4. Berechnen Sie die Spannung U_{A1} und den Strom I_{A1} aus der analytischen Form. Benutzen Sie dazu die Gleichung des Schnittpunktes der Kennlinie 1 mit der Lastgeraden.

$$I_1(U_1)= a\ U_1$$

$$I_R(U_R)=-R^{-1}U_R+U_E/R$$

Daraus folgt: mit $I_R(U_R)=I_1(U_1)=I_{A1}(U_{A1})$ und $U_R=U_1=U_{A1}$ und der Subtraktion der Gleichung der Kennlinie 1 von der Gleichung der Widerstandsgeraden

$$U_E/R-R^{-1}U_{A1}-aU_{A1}=0$$

$$U_E/R=(R^{-1}+a)U_{A1}$$

$$U_{A1}=U_E/(1+aR)$$

$$=2V/(1+2mA/V\cdot 500\Omega)=2V/(1+1)=2V/2=\mathbf{1V}$$

Durch Einsetzen in die Gleichung der Kennlinie 1 oder die Gleichung der Widerstandsgeraden erhält man:

$$I_{A1}(U_{A1})=U_E/R-R^{-1}U_{A1} = a\ U_{A1}$$

$$=2mA/V\cdot 1V=\mathbf{2mA}$$

5. Uberprüfen Sie durch Einsetzen der Werte für Spannung U_{A2} in die analytische Form die Richtigkeit des Arbeitspunktes. Benutzen Sie dazu die Gleichung des Schnittpunktes der Kennlinie 2 mit der Lastgeraden und die unter Punkt 2 gefundene Spannung U_{A1}. Überprüfen Sie die Richtigkeit des Stromes I_{A2}.

$$I_2(U_2)= b\ U_2^{8}$$

$$I_R(U_R)=-R^{-1}U_R+U_E/R$$

Daraus folgt: mit $I_R(U_R)=I_2(U_2)=I_{A2}(U_{A2})$ und $U_R=U_2=U_{A2}$ und der Subtraktion der Gleichung der Kennlinie 1 von der Gleichung der Widerstandsgeraden

$$U_E/R-R^{-1}U_{A2}-b\ U_{A2}^{8}=0 \qquad [U_E/R=-(R^{-1}\cdot U_{A2}+b\cdot U_{A2}^{8})]$$

$$-b\ U_{A2}^{8} - R^{-1}U_{A2} + U_E/R=0$$

oder $$U_{A2}^{8} + (bR)^{-1}U_{A2} -U_E/(bR)=0$$

Mit $A= (bR)^{-1}$ und $B= -U_E/(bR)$ ergibt sich folgende Gleichungsstruktur

$$U_{A2}^{8} +AU_{A2} +B=0$$

Angenommen U_{A2} =1V ist eine Nullstelle der obrigen Funktion, dann ist:

$$-b\ (1V)^{8} - R^{-1}(1V) + U_E/R=0$$

$$=-2mA/V^{8}\cdot 1V^{8}-(500\Omega)^{-1}\cdot 1V+2V/500\Omega$$
$$=-2mA-2mA/V\cdot 1V+2mA/V\cdot 2V$$
$$=-2mA-2mA+4mA$$
$$=-4mA+4mA$$
$$\mathbf{=0}$$

Durch Einsetzen in die Gleichung der Kennlinie 1 oder die 2. Gleichung der Widerstandsgeraden erhält man:

$$I_{A2}(U_{A2})=U_E/R-R^{-1}U_{A2} = b\ U_{A2}^{8}$$

$$=2V/500\Omega-1V/500\Omega=4mA-2mA=\mathbf{2mA}$$

$$=2mA/V^{8}\cdot(1V)^{8}=\mathbf{2mA}$$

Aus dem hier gezeigten Beispiel sehen wir, daß selbst bei relativ einfachen analytischen Funktionen die mathematische Bestimmung des Arbeitspunktes relativ schwierig werden kann.

Explizit kann der Wert mittels des Newtonschen Verfahrens, mittels Iteration oder mittels des Prinzips der Intervallteilung bestimmt werden.