

Abt. Technische Informatik  
Dr. Hans-Joachim Lieske

### Aufgaben zum Seminar Technische Informatik

#### Aufgabe 2.5.1. - Addition und Subtraktion mittels eines binären 4 Bit Addierwerkes

Gegeben ist folgende Schaltung:

### 4-Bit Ripple-Carry Addierwerk

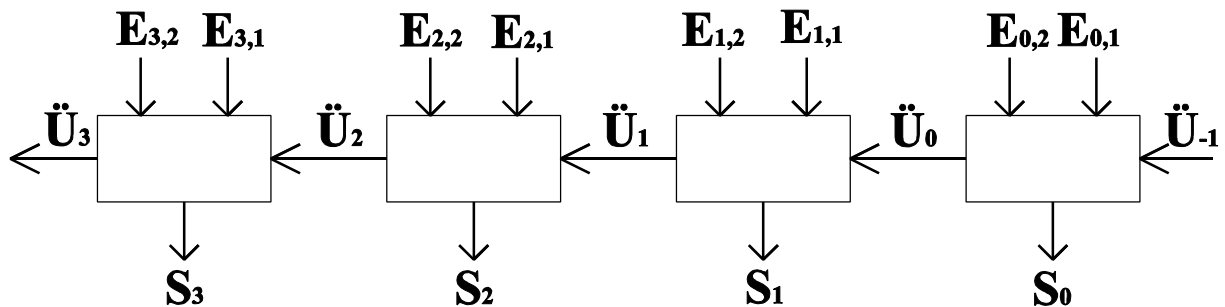


Abb. 1

Zeigen Sie die Addition und Subtraktion von Zahlen entsprechend Tafel 1 und Tafel 2:

1. für  $9+11=20$
2. für  $8-12=-4$
3. für  $-5-9=-14$

Betrag und Zweierkomplement sind nur zu bilden, wenn negative Zahlen vorhanden sind. Der Übertrag  $\ddot{U}_3$  ist nur zu berücksichtigen, wenn er einen sinnvollen Beitrag liefert. Tafel 2 zeigt, was tatsächlich an dem Schaltkreis passiert.

Hier ein Beispiel für  $8-5=3$  :

<b>Operation: 8-5=3</b>	dezimal	hexadezimal	binär
1.Summand Zahl	8	08H	1000B
Betrag Zweierkomplement			
2.Summand Zahl	-5	-5H	-0101B
Betrag Zweierkomplement	5 11	05H 0BH	0101B 1011B
1. Summand	8	08H	1000B
2. Summand	11	0BH	1011B
Ergebnis	19 = 16 + 3	1 3H	1 0011B
Ergebnis Betrag Zweierkomplement Zahl	3	03H	0011B

Tafel 1

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 0) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (1, 0, 1, 1) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 0, 1, 1) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 0, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 2

<b>Operation:</b>	dezimal	hexadezimal	binär
1. Summand Zahl Betrag Zweierkomplement			
2. Summand Zahl Betrag Zweierkomplement			
1. Summand			
2. Summand			
Ergebnis			
Ergebnis Betrag Zweierkomplement Zahl			

Tafel 3

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= ( \quad , \quad , \quad , \quad ) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= ( \quad , \quad , \quad , \quad ) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= ( \quad , \quad , \quad , \quad ) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= ( \quad , \quad , \quad , \quad )
 \end{aligned}$$

Tafel 4

## Aufgabe 2.5.2. - Logische Gleichungen von Venn-Diagrammen

Aufgabe:

Ermitteln Sie die kanonisch disjunktive Normalform folgender Venn-Diagramme.  
Versuchen Sie eine optimierte logische Gleichung als OR-Verknüpfung von Zweier-AND-Termen zu finden.

1. für das Venn-Diagramm Nr. 1
2. für das Venn-Diagramm Nr. 2
3. für das Venn-Diagramm Nr. 3

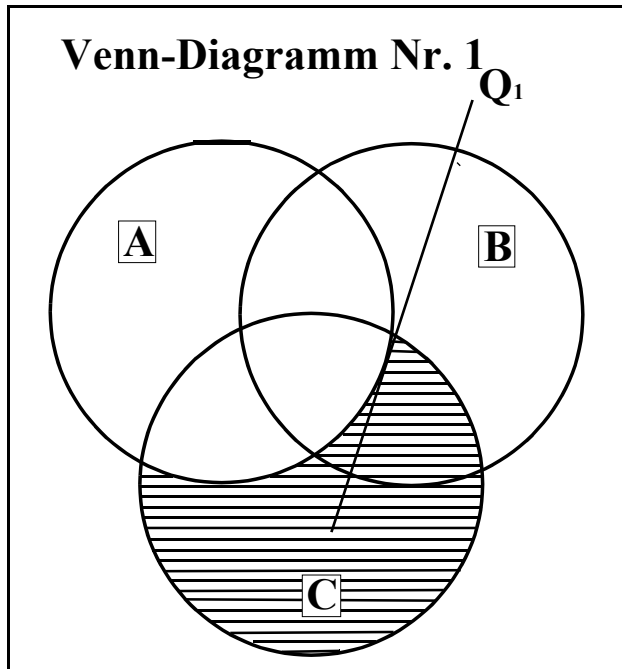


Abb. 2

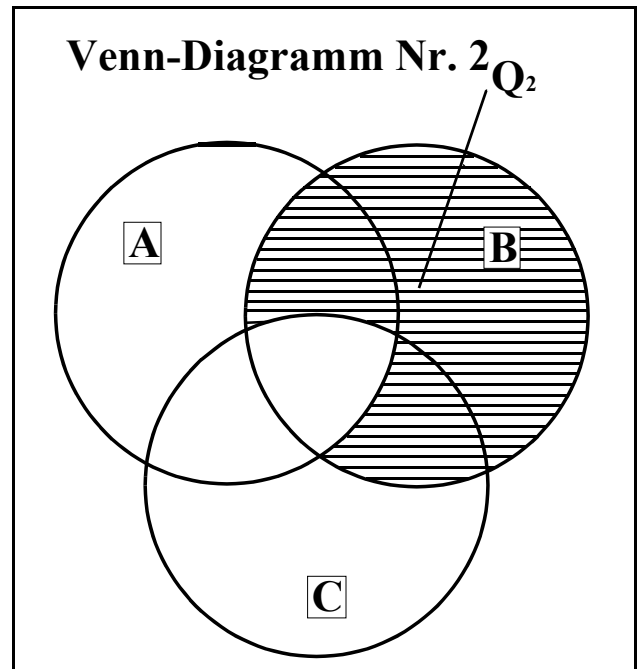


Abb. 3

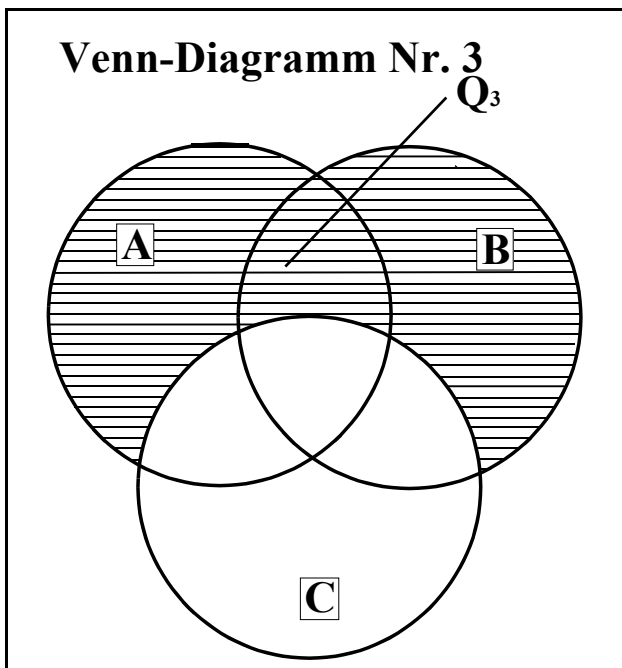


Abb. 4

## Aufgabe 2.5.3. - Venn-Diagramme von logischen Gleichungen

Aufgabe:

Ermitteln Sie die kanonisch disjunktive Normalform und die Venn Diagramme folgender logischer Gleichungen

1.  $Q_1 = \bar{A} \wedge \bar{B} \vee A \wedge C$

2.  $Q_2 = A \wedge (B \vee C)$

3.  $Q_3 = \bar{(A \wedge B \wedge C)}$

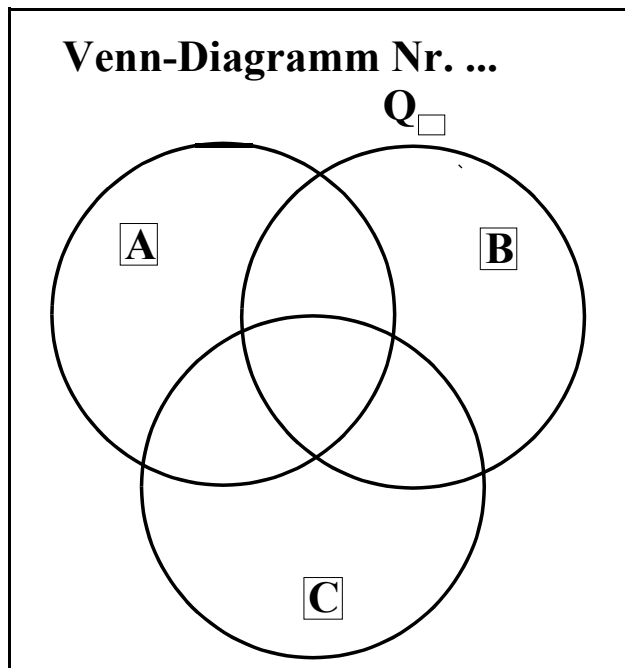


Abb. 5

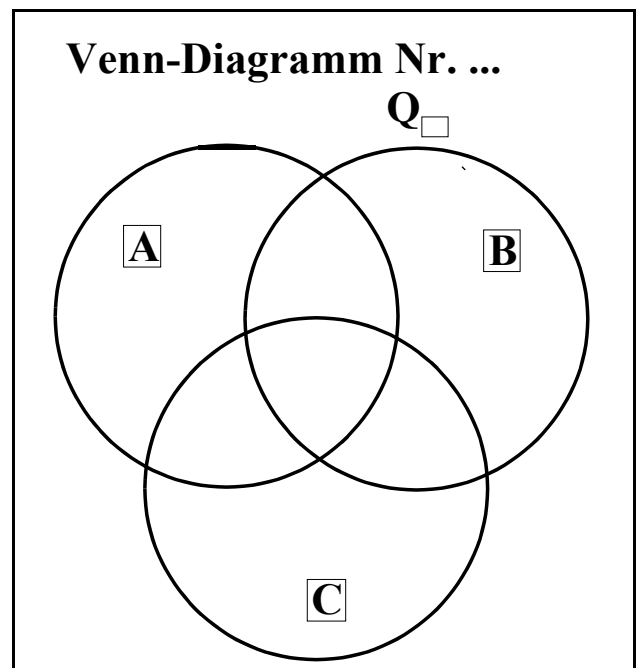


Abb. 6

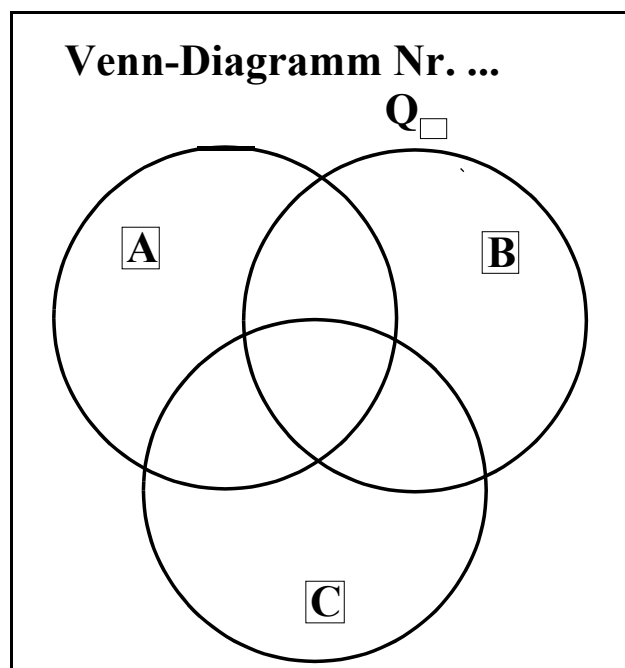


Abb. 7

# Lösung: Aufgabe 2.5.1.

## Addition und Subtraktion mittels eines binären 4 Bit Addierwerkes

### 1. Operation: $9+11=20$

Operation: $9+11=20$	dezimal	hexadezimal	binär
1. Summand Zahl	9	9H	1001B
Betrag Zweierkomplement			
2. Summand Zahl	11	0BH	1011B
Betrag Zweierkomplement			
1. Summand	9	9H	1001B
2. Summand	11	0BH	1011B
Ergebnis	16 +4	1 4H	1 0100B
Ergebnis Betrag Zweierkomplement Zahl	20=16 +4	1 4H	1 0100B

Tafel 5

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 1) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (1, 0, 1, 1) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 1, 0, 0) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 0, 1, 1)
 \end{aligned}$$

Tafel 6

2. Operation:  $8-12=-4$

Operation: $8-12=-4$	dezimal	hexadezimal	binär
-----			
1. Summand			
Zahl	8	8H	1000B
Betrag			
Zweierkomplement			
2. Summand			
Zahl	-12	-0CH	-1100B
Betrag	12	0CH	1100B
Zweierkomplement	4	4H	0100B
-----			
1. Summand	8	8H	1000B
2. Summand	4	4H	0100B
-----			
Ergebnis	12	0CH	1100B
-----			
Ergebnis			
Betrag	12	0CH	1100B
Zweierkomplement	4	4H	0100B
Zahl	-4	-4H	-0100B

Tafel 7

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 0) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (0, 1, 0, 0) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (1, 1, 0, 0) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (0, 0, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 8

### 3. Operation: $-5-9=-14$

Operation: $-5-9=-14$	dezimal	hexadezimal	binär
<hr/>			
1. Summand			
Zahl	-5	-5H	0101B
Betrag	5	5H	0101B
Zweierkomplement	11	0BH	1011B
2. Summand			
Zahl	-9	-9H	-1001B
Betrag	9	9H	1001B
Zweierkomplement	7	7H	0111B
<hr/>			
1. Summand	11	0BH	1011B
2. Summand	7	7H	0111B
<hr/>			
Ergebnis	16 +2	1 2H	1 0010B
<hr/>			
Ergebnis			
Betrag	2	2H	0010B
Zweierkomplement	14	0EH	1110B
Zahl	-14	-0EH	-1110B

Tafel 9

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 1, 1) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (0, 1, 1, 1) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 0, 1, 0) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 1, 1, 1)
 \end{aligned}$$

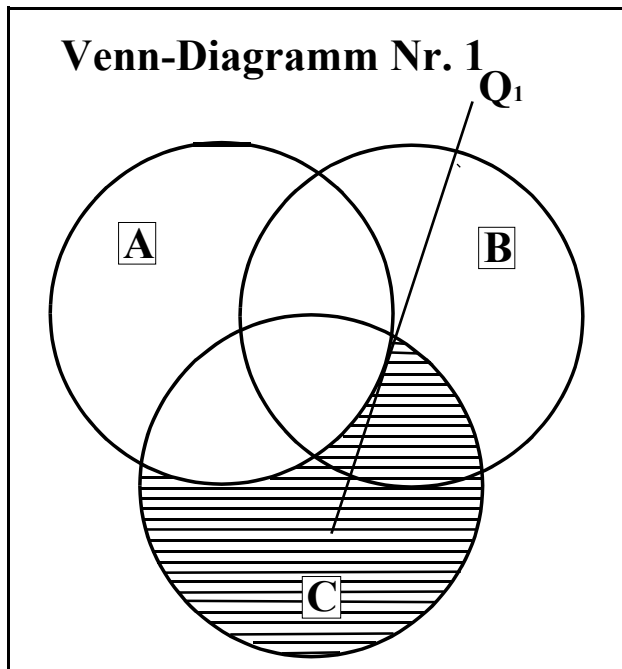
Tafel 10



# Lösung: Aufgabe 2.5.2.

## logische Gleichungen von Venn-Diagrammen

1. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und der optimierten logischen Gleichung für das 1. Venn-Diagramm



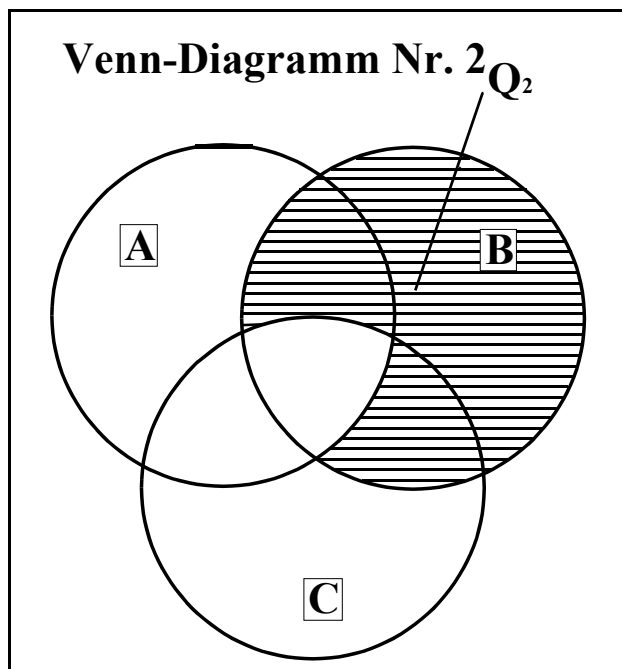
$$Q_1 = \neg A \wedge B \wedge C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C$$

$$= \neg A \wedge C (\neg B \vee B)$$

$$= \neg A \wedge C$$

Abb. 8

2. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und der optimierten logischen Gleichung für das 2. Venn-Diagramm



$$Q_2 = \neg A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C$$

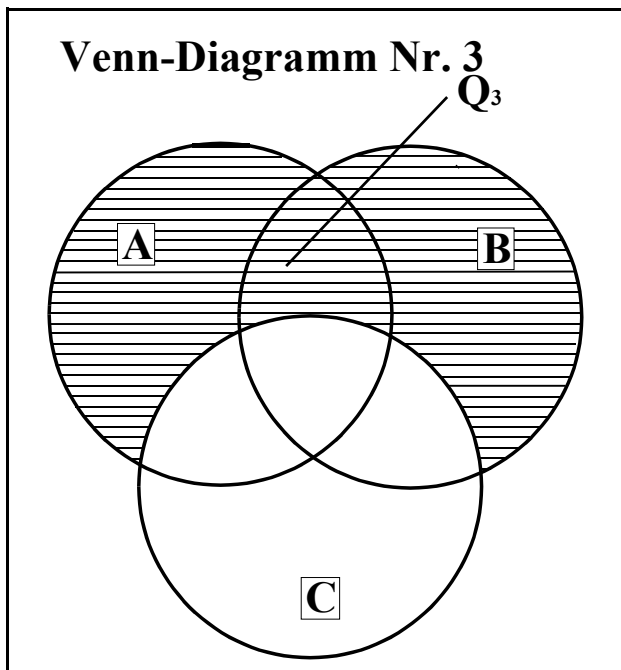
$$= B \wedge C \wedge (A \vee \neg A) \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C$$

$$= B \wedge C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C$$

$$= B \wedge (\neg A \vee C)$$

Abb. 9

3. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und der optimierten logischen Gleichung für das 3. Venn-Diagramm



$$Q_3 = A \wedge B \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}$$

$$= A \wedge \bar{C} \wedge (B \vee \bar{B}) \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge (A \vee \bar{A})$$

$$= A \wedge \bar{C} \vee \bar{B} \wedge \bar{C}$$

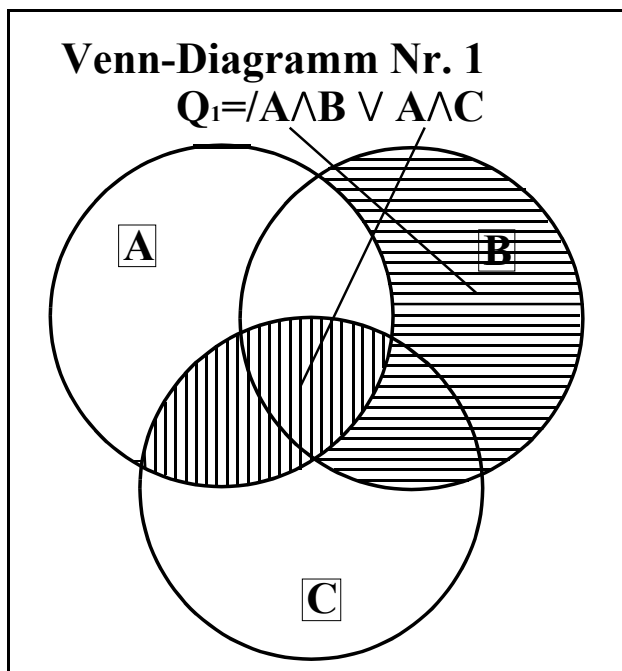
$$= \bar{C} \wedge (A \vee \bar{B})$$

Abb. 10

# Lösung: Aufgabe 2.5.3.

## Venn-Diagramme von logischen Gleichungen

1. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und des Venn-Diagramms der 1. logischen Gleichung

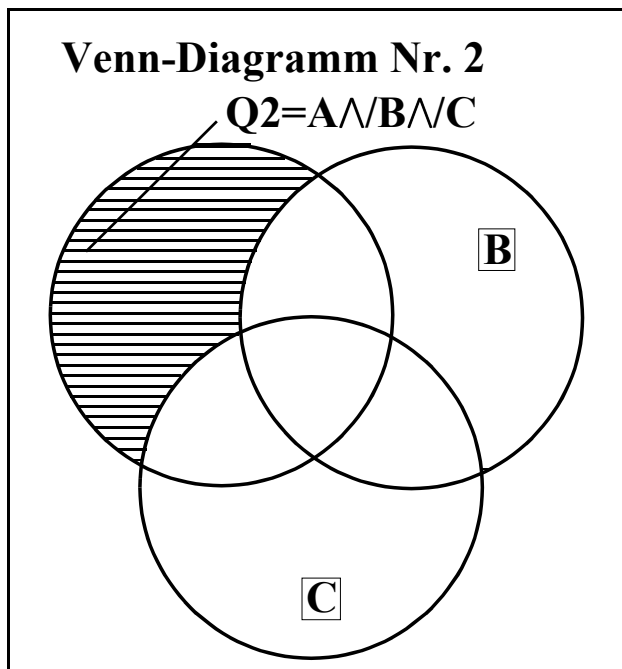


$$Q_1 = \neg A \wedge B \vee A \wedge C$$

$$= \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge C$$

Abb. 11

2. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und des Venn-Diagramms der 2. logischen Gleichung

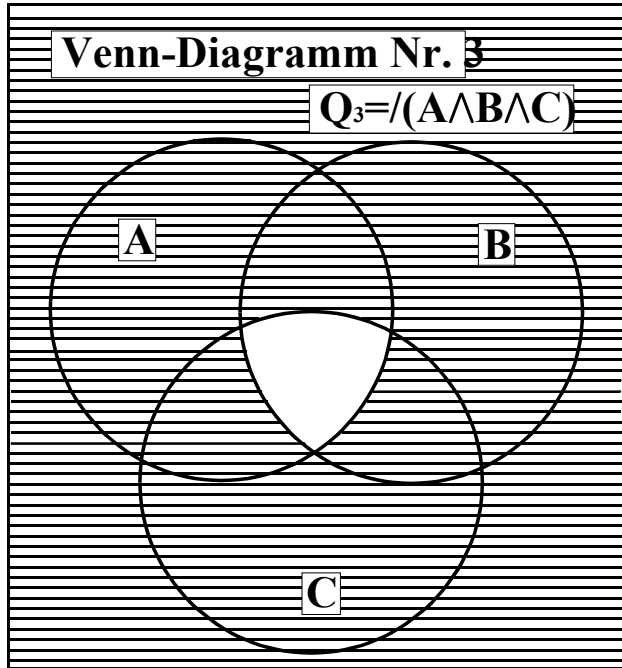


$$Q_2 = A \wedge (\neg B \vee \neg C)$$

$$= A \wedge \neg B \wedge \neg C$$

Abb. 12

3. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und des Venn-Diagramms der 3. logischen Gleichung



$$Q_3 = \neg(A \wedge B \wedge C)$$

$$= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge B \wedge C \vee A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge C \vee A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge C$$

Abb. 13