

Übung und Seminar zur Vorlesung „Grundlagen der Technischen Informatik 1“

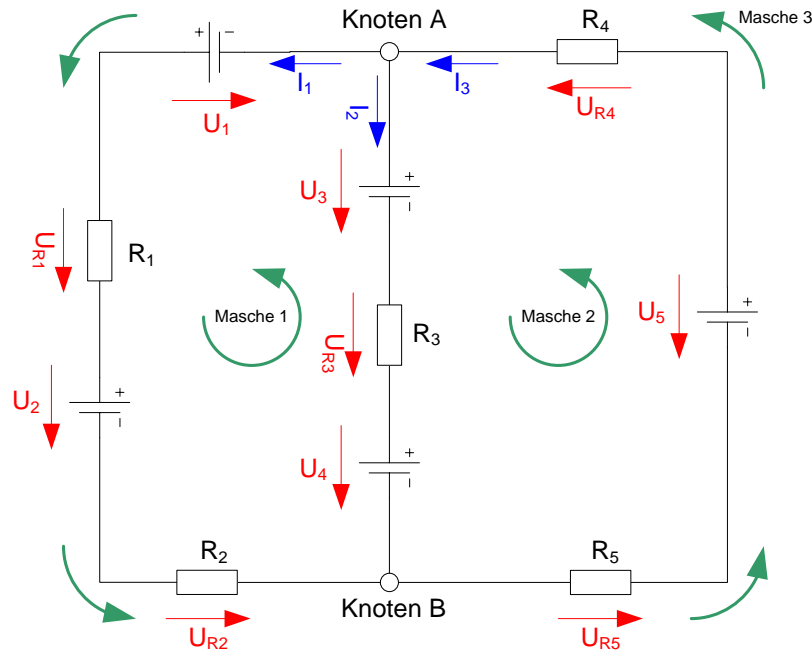
3. Aufgabenkomplex

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Berechnung von Gleichspannungsnetzwerken mittels der Determinantenmethode

Gegeben ist folgende Schaltung

**Werte:**

$$R_1 = 1,25\text{k}\Omega$$

$$R_2 = 750\Omega$$

$$R_3 = 600\Omega$$

$$R_4 = 1\text{k}\Omega$$

$$R_5 = 500\Omega$$

$$U_1 = 15\text{V}$$

$$U_2 = 25\text{V}$$

$$U_3 = 2\text{V}$$

$$U_4 = 6\text{V}$$

$$U_5 = 5\text{V}$$

Bestimmen für die Widerstände die Spannungen und die Ströme.

Benutzen Sie die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten B

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Berechnung von Gleichspannungsnetzwerken mittels der Determinantenmethode

- 1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf.
- 1.2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten B auf.
- 1.3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2
- 1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.
- 1.5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .
- 1.6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.8. Bestimmen Sie die Leistungen P_{R_1} bis P_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.9. Führen Sie die Probe für die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten B durch.

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

1. Aufgabe

Formeln und Maßeinheiten:

Formel:

$$U = I \cdot R$$

$$G = \frac{1}{R}$$

$$P = U \cdot I$$

Parallelschaltung von 2 Widerständen:

$$R_1 \parallel R_2 = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]^{-1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Reihenschaltung von Widerständen:

$$R_{ers} = \sum_{k=1}^n R_k \quad U_{ges} = \sum_{k=1}^n U_k \quad I_1 = I_2 = \dots = I_n$$

Parallelschaltung von Widerständen:

$$G_{ers} = \sum_{k=1}^n G_k \quad \left[= \frac{1}{R_{ers}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \right] \quad I_{ges} = \sum_{k=1}^n I_k \quad U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

Maschensatz

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

Knotenpunktsatz

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Maßeinheit:

$$[U] = V$$

$$[I] = A$$

$$[R] = \Omega \left[= \frac{V}{A} \right]$$

$$[P] = W = V \cdot A$$

1. Aufgabe

Punkteverteilung:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Aufgabe 1.1-1.3 je 4 Punkte

Aufgabe 1.4-1.9 je 3 Punkte

Bemerkung:

- In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.
- Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.
- Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren. Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.
- Alle Aufgaben auf eine Mantissengenauigkeit von 4 Stellen genau berechnen, wenn in der Aufgabe nicht anders angegeben (Exponent-Mantissendarstellung).
- Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.
- Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.
- Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)
- Spannungen mit der Masche sind positiv, umgekehrt negativ.
- Ströme zum Knoten sind positiv, umgekehrt negativ.

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal):

Präfix	Faktor	Bezeichnung	Präfix	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta	m	10^{-3}	Milli
Z	10^{21}	Zetta	μ	10^{-6}	Mikro
E	10^{18}	Exa	n	10^{-9}	Nano
P	10^{15}	Peta	p	10^{-12}	Piko
T	10^{12}	Tera	f	10^{-15}	Femto
G	10^9	Giga	a	10^{-18}	Atto
M	10^6	Mega	z	10^{-21}	Zepto
k	10^3	Kilo	y	10^{-24}	Yokto

Umgang mit den Präfixen am Beispiel der Mantissengenauigkeit von 4 Stellen:

---,- Präfix Maßeinheit

--,-- Präfix Maßeinheit

-,--- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

1. Aufgabe Lösung

Berechnung von Gleichspannungsnetzwerken mittels der Determinantenmethode

- 1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf.
- 1.2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten B auf.
- 1.3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2
- 1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.
- 1.5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .
- 1.6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.8. Bestimmen Sie die Leistungen P_{R_1} bis P_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .
- 1.9. Führen Sie die Probe für die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten B durch

Lösung - 1. Aufgabe

1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ -U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \end{aligned}$$

1.2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten B auf.

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2

$$-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} = 0$$

$$-U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} = +U_1 - U_2 + U_3 + U_4$$

$$U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} = U_1 - U_2 + U_5$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$(R_1 + R_2) \cdot I_1 + (-R_3) \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = U_1 - U_2 + U_3 + U_4$$

$$(R_1 + R_2) \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + (R_4 + R_5) \cdot I_3 = U_1 - U_2 + U_5$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

1. Aufgabe

1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_2) & (-R_3) & 0 \\ (R_1 + R_2) & 0 & (R_4 + R_5) \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ U_1 - U_2 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (1,25k\Omega + 750\Omega) & -600\Omega & 0 \\ (1,25k\Omega + 750\Omega) & 0 & (1k\Omega + 500\Omega) \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15V - 25V + 2V + 6V \\ 15V - 25V + 5V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2k\Omega & -600\Omega & 0k\Omega \\ 2k\Omega & 0 & 1,5k\Omega \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2V \\ -5V \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Aufgabe

1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.

$$D = \begin{vmatrix} 2k\Omega & -600\Omega & 0k\Omega \\ 2k\Omega & 0k\Omega & 1,5k\Omega \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt :

$$D = 2k\Omega \cdot \{0k\Omega \cdot [-1] - 1,5k\Omega \cdot [1]\} - [-600\Omega] \cdot (2k\Omega \cdot [-1] - 1,5k\Omega \cdot [1]) + 0k\Omega \cdot \{2k\Omega \cdot [1] - 0k\Omega \cdot [1]\}$$

$$= 2k\Omega \cdot \{-1,5k\Omega \cdot [1]\} + 600\Omega \cdot (2k\Omega \cdot [-1] - 1,5k\Omega \cdot [1])$$

$$= 2k\Omega \cdot \{-1,5k\Omega\} + 0,6k\Omega \cdot (-3,5k\Omega)$$

$$= -3(k\Omega)^2 - 2,1(k\Omega)^2 = -5,1(k\Omega)^2 = -5,1 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}$$

1. Aufgabe

1.4. Bestimmen Sie die Determinanten.

$$D_1 = \begin{vmatrix} -2V & -600\Omega & 0k\Omega \\ -5V & 0k\Omega & 1,5k\Omega \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt:

$$D_1 = -2V \cdot \{0k\Omega \cdot [-1] - 1,5k\Omega \cdot [1]\} - [-5V] \cdot (-600\Omega \cdot [-1] - 0k\Omega \cdot [1]) + 0$$

$$= -2V \cdot \{-1,5k\Omega \cdot [1]\} - [-5V] \cdot (-600\Omega \cdot [-1])$$

$$= 3k\Omega V + 3k\Omega V = 6k\Omega V = 6 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2k\Omega & -2V & 0k\Omega \\ 2k\Omega & -5V & 1,5k\Omega \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$D_2 = 10k\Omega V - 4k\Omega V - 3k\Omega V = 3k\Omega V = 3 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2k\Omega & -600\Omega & -2V \\ 2k\Omega & 0k\Omega & -5V \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_3 = 10k\Omega V + 3k\Omega V - 4k\Omega V = 9k\Omega V = 9 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}$$

1. Aufgabe

1.5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{6 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-5,1 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -1,176 mA$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{3 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-5,1 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -0,5882 mA = -588,2 \mu A$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{9 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{-5,1 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -1,765 mA$$

1. Aufgabe

1.6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$I_{R_1} = I_1 = -1,176mA$$

$$I_{R_2} = I_1 = -1,176mA$$

$$I_{R_3} = I_2 = -588,2\mu A$$

$$I_{R_4} = I_3 = -1,765mA$$

$$I_{R_5} = I_3 = -1,765mA$$

1.7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$U_{R_1} = I_{R_1} \cdot R_1 = -1,176mA \cdot 1,25k\Omega = -1,47V$$

$$U_{R_2} = I_{R_2} \cdot R_2 = -1,176mA \cdot 750\Omega = -0,882V = -882mV$$

$$U_{R_3} = I_{R_3} \cdot R_3 = -588,2\mu A \cdot 600\Omega = -0,3529V = -352,9mV$$

$$U_{R_4} = I_{R_4} \cdot R_4 = -1,765mA \cdot 1k\Omega = -1,765V$$

$$U_{R_5} = I_{R_5} \cdot R_5 = -1,765mA \cdot 500\Omega = -0,8825V = -882,5mV$$

1.8. Bestimmen Sie die Leistungen P_{R_1} bis P_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$P_{R_1} = I_{R_1} \cdot U_{R_1} = -1,176mA \cdot (-1,47V) = 1,729mW$$

$$P_{R_2} = I_{R_2} \cdot U_{R_2} = -1,176mA \cdot (-882mV) = 1,037mW$$

$$P_{R_3} = I_{R_3} \cdot U_{R_3} = -588,2\mu A \cdot (-352,9mV) = 207,6\mu W$$

$$P_{R_4} = I_{R_4} \cdot U_{R_4} = -1,765mA \cdot (-1,765V) = 3,115mW$$

$$P_{R_5} = I_{R_5} \cdot U_{R_5} = -1,765mA \cdot (-882,5mV) = 1,558mW$$

1. Aufgabe

1.9. Führen Sie die Probe für die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten B durch.

Masche 1

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ = -15V + 25V - 2V - 6V + (-1,47) + (-882mV) - (-352,9mV) \\ = 2V - 1,9991V &= 0,0009V \approx 0V \end{aligned}$$

Masche 3

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\ = -15V + 25V - 5V + (-1,47V) + (-882mV) + (-1,765V) + (-882,5mV) \\ = 5V - 4,9995V &= 0,0005V \approx 0V \end{aligned}$$

Knoten B

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ = (-1,176mA) + (-588,2\mu A) - (-1,765mA) \\ = -1,7642mA + 1,765mA &= 0,0008mA \approx 0mA \end{aligned}$$