

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung
Automatentheorie

Serie 13

Zusatzaufgabe 13.1 (4 Punkte)

Seien A ein Alphabet, $(S, +, \cdot, 0, 1)$ ein Semiring und $s, t, u \in S\langle\langle A^* \rangle\rangle$ Reihen. Weiterhin gelte $t(\varepsilon) = 0$. Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

$$s = u + st \qquad \text{und} \qquad s = ut^* .$$

Zusatzaufgabe 13.2 (3 Punkte)

Wir betrachten das Alphabet $A = \{a, b\}$ und den Semiring $(\mathbb{N}_0, +, \cdot, 0, 1)$.

- Geben Sie einen gewichteten Automaten mit 2 Zuständen und dem Verhalten $((1a + 1b)^*)^2$ an.
- Normalisieren Sie den Automaten aus (a), d. h. geben Sie einen normalisierten gewichteten Automaten mit 4 Zuständen und dem Verhalten $((1a + 1b)^*)^2 + (-1\varepsilon)$ an.
- Geben Sie einen gewichteten Automaten mit dem Verhalten $((1a + 1b)^*)^2$ an.

Zusatzaufgabe 13.3 (8 Punkte)

Sei $A = \{a, b\}$ ein Alphabet. Wir betrachten den Semiring $(\mathcal{P}(A^*), \cup, \cdot, \emptyset, \{\varepsilon\})$ der formalen Sprachen über A .

- Geben Sie einen gewichteten Automaten an, der die Reihe $s = \sum_{w \in A^*} \{w\}w$ erkennt. Geben Sie auch einen rationalen Ausdruck für diese Reihe an.
- Zeigen Sie, dass die Reihe $s \odot s = \sum_{w \in A^*} \{ww\}w$ nicht erkennbar ist.
- Für jedes Wort $w = a_1 \cdots a_n \in A^*$ bezeichnen wir mit w^R das gespiegelte Wort $w^R = a_n \cdots a_1$. Zeigen Sie, dass die Reihe $s^R = \sum_{w \in A^*} \{w^R\}w$ nicht erkennbar ist.

Hinweis: Nehmen Sie für (b) bzw. (c) an, dass es einen gewichteten Automaten $\mathcal{A} = (Q, \text{in}, \text{wt}, \text{out})$ über A und $(\mathcal{P}(A^*), \cup, \cdot, \emptyset, \{\varepsilon\})$ gibt, der die jeweilige Reihe erkennt. Betrachten Sie Pfade über Wörtern der Form $w = a^m b^n$.

Termine:

- Die Zusatzaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden.
- Die Abgabe der Zusatzaufgaben erfolgt am 07.02.2020 entweder vor der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).