Universität Leipzig
Institut für Informatik

Prof. Dr. Manfred Droste
Erik Paul

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung

Automatentheorie

Serie 11

Hausaufgabe 11.1 (6 Punkte)

Sei $(S, +, \cdot, 0, 1)$ eine Semiring und $n \in \mathbb{N}_+$. Beweisen Sie, dass die Struktur $(S^{n\times n}, +, \cdot, 0, E)$ wie in der Vorlesung definiert ein Semiring ist. Für welche Eigenschaft ist die Distributivität von S essenziell?

Hausaufgabe 11.2 (3 Punkte)

Geben Sie explizit das Verhalten des gewichteten Automaten $\mathcal{A}$ mit der folgenden Darstellung über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ und dem Semiring $(\mathbb{N}_0 \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$ an.

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0 & -\infty \end{pmatrix}, \qquad \gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

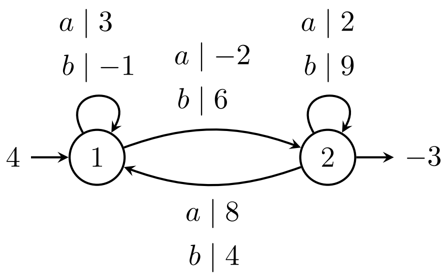
$$\mu(a) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\infty & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mu(b) = \begin{pmatrix} 0 & -\infty \\ -\infty & -\infty \end{pmatrix} .$$

Hausaufgabe 11.3 (3 Punkte)

Geben Sie eine Darstellung für die formale Potenzreihe $s\colon w \mapsto |w|_a \cdot |w|_b$ über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ und dem Semiring $(\mathbb{N}_0, +, \cdot, 0, 1)$ an.

Seminaraufgabe 11.4

Gegeben sei der folgende Automat $\mathcal{A}$ über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ und dem Semiring $(\mathbb{Z}, +, \cdot, 0, 1)$.

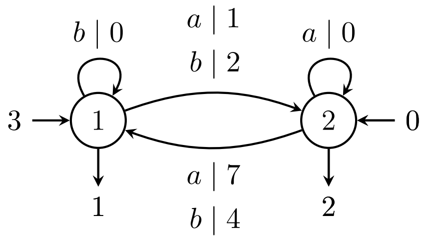


(a) Geben Sie eine Darstellung für $\mathcal{A}$ an.

(b) Berechnen Sie $||\mathcal{A}||((ab)^{24})$.

Seminaraufgabe 11.5

Gegeben sei der folgende Automat $\mathcal{A}$ über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ und dem Semiring $(\mathbb{N}_0 \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$.



Berechnen Sie $||\mathcal{A}||(a^{10}b^{20})$.

Seminaraufgabe 11.6

Sei A ein Alphabet, $(S, +, \cdot, 0, 1)$ ein Semiring und $L \in \mathrm{Rec}(A^*)$. Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} \mathbb{1}_L \colon A^* &\to S, \\ w &\mapsto \begin{cases} 1 & w \in L \\ 0 & w \notin L \end{cases} \end{aligned}$$

erkennbar ist.

Seminaraufgabe 11.7

Seien A in Alphabet, $(S, +, \cdot, 0, 1)$ ein Semiring, $n \in \mathbb{N}_+$ und $\mathcal{A} = (\{1, \ldots, n\}, \mathrm{in}, \mathrm{wt}, \mathrm{out})$ ein gewichteter Automat über A und S.

Weiter seien $\lambda \in S^{1 \times n}$, $\gamma \in S^{n \times 1}$ und $\mu \colon A^* \to S^{n \times n}$ definiert durch $\lambda_i = \mathrm{in}(i)$ und $\gamma_j = \mathrm{out}(j)$ für $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ und $\mu \colon w \mapsto (\mu(w)_{ij})_{i,j=1}^n$.

Zeigen Sie, dass $||\mathcal{A}||(w) = \lambda \cdot \mu(w) \cdot \gamma$ gilt.

Termine:

- Die Hausaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden. Alle abgegebenen Aufgaben müssen vorgerechnet werden können.
- Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt am 24.01.2020 entweder vor der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).
- Die Seminaraufgaben werden in der Übung am 20.01.2020 besprochen.