

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung
Automatentheorie

Serie 9

Hausaufgabe 9.1 (6 Punkte)

Sei $A = \{a, b\}$ ein Alphabet und $\mathcal{V} = \{x, y\} \cup \{X\}$ eine Menge von Variablen.

- (a) Geben Sie einen Automaten an, der $N_{\mathcal{V}}$ erkennt.
- (b) Vervollständigen Sie den Beweis von Lemma 4.9, indem Sie einen Automaten konstruieren, der $\mathcal{L}(x \in X)$ erkennt.
- (c) Sei φ eine MSO-Formel mit $\text{Free}(\varphi) = \{x\}$ und $\mathcal{A} = (Q, \delta, q_0, F)$ ein deterministischer und vollständiger endlicher Automat mit $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \mathcal{L}(\varphi)$. Konstruieren Sie aus \mathcal{A} einen endlichen Automaten \mathcal{A}_{\forall} mit $\mathcal{L}(\mathcal{A}_{\forall}) = \mathcal{L}(\forall x.\varphi)$. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

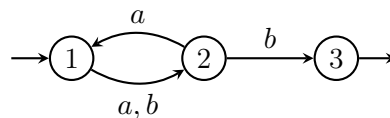
Hausaufgabe 9.2 (6 Punkte)

Seien A und B zwei Alphabete und $h: A \rightarrow B$ eine Abbildung. Wir bezeichnen mit $h: A^* \rightarrow B^*$ auch die kanonische Fortsetzung von h zu einem Monoidhomomorphismus. Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch Automatenkonstruktionen.

- (a) Wenn $L \subseteq A^*$ erkennbar ist, dann ist auch $h(L)$ erkennbar.
- (b) Wenn $L' \subseteq B^*$ erkennbar ist, dann ist auch $h^{-1}(L')$ erkennbar.

Seminaraufgabe 9.3

Konstruieren Sie einen MSO-Satz nach der Methode aus dem Beweis des Satzes von Büchi (Theorem 4.4), der die Sprache des folgenden Automaten beschreibt.



Seminaraufgabe 9.4

Gegeben sei die Formel $\varphi = \forall x \exists y (x \leq y \wedge P_a(y))$ über dem Alphabet $A = \{a, b\}$. Konstruieren Sie induktiv für jede Teilformel ψ von φ einen Automaten, der die Sprache $\mathcal{L}(\psi)$ über dem entsprechenden erweiterten Alphabet erkennt.

Termine:

- Die Hausaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden. Alle abgegebenen Aufgaben müssen vorgerechnet werden können.
- Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt am 10.01.2020 entweder vor der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).
- Die Seminaaraufgaben werden in der Übung am 06.01.2020 besprochen.