Universität Leipzig
Institut für Informatik

Prof. Dr. Manfred Droste
Erik Paul

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung

# Automatentheorie

## Serie 8

---

### Hausaufgabe 8.1 (5 Punkte)

Geben Sie MSO-Sätze für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ an.

(a) $A^+$ (b) $\{a\}$ (c) $A^*bbaA^*$ (d) $a^*ab^*$

(e) $\{w \in A^* \mid$ zwischen zwei Vorkommen von $bb$ kommt stets mindestens ein $a$ vor$\}$.
*Hinweis:* $bbb$ zählt als zwei Vorkommen von $bb$, kann also in Wörtern der Sprache nicht vorkommen.

### Hausaufgabe 8.2 (4 Punkte)

Geben Sie rationale Ausdrücke für die Sprachen an, die von den folgenden MSO-Sätzen über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ beschrieben werden.

(a) $\forall x \forall y.[(P_a(x) \wedge x = y + 1) \to P_b(y)]$

(b) $\exists x \exists y.[\forall z.(z \neq y \to z \leq y) \wedge P_b(x) \wedge P_b(y) \wedge x = y + 1]$

(c) $\forall X \exists y.(y \in X \wedge P_a(y))$

(d) $[\exists x \forall y.\neg(x < y \wedge P_a(x))] \vee [\exists y \forall x.\neg(x < y \wedge P_a(y))]$

### Hausaufgabe 8.3 (3 Punkte)

Geben Sie Sätze erster Ordnung für die Sprachen an, die von den folgenden MSO-Sätzen über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ beschrieben werden.

(a) $\forall X \forall x \forall y \forall z[(x \in X \wedge y \in X \wedge z \in X \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z) \to (P_a(x) \vee P_a(y) \vee P_a(z))]$

(b) $\exists X \exists Y \forall x \forall y.[(x \in X \wedge y \in Y) \to (x \leq y \wedge P_b(x) \wedge P_a(y))]$

(c) $\forall X \forall x.[(x \in X \to P_a(x)) \to \exists y.(P_b(y) \wedge \forall z.(z \in X \to P_b(z))]$

### Seminaraufgabe 8.4

Geben Sie MSO-Sätze für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ an.

(a) $\{w \in A^* \mid |w|_a \text{ ist gerade}\}$

(b) $\{w \in A^* \mid |w|_a - |w|_b \equiv 1 \mod 2\}$

(c) $\{w \in A^* \mid |w| \text{ ist durch } n \text{ teilbar}\}$ für $n \in \mathbb{N}$ fest

### Seminaraufgabe 8.5

Zeigen Sie durch Induktion über den Aufbau der sternfreien Sprachen, dass jede sternfreie Sprache $L$ durch einen Satz $\varphi$ der Logik erster Stufe definierbar ist, d.h. sodass $\mathcal{L}(\varphi) = L$.

## Termine:

- Die Hausaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden. Alle abgegebenen Aufgaben müssen vorgerechnet werden können.
- Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt am 20.12.2019 entweder vor der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).
- Die Seminaraufgaben werden in der Übung am 16.12.2019 besprochen.