

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung
Automatentheorie

Serie 5

Hausaufgabe 5.1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die exponentielle Vergrößerung der Zustandsmenge in der Potenzmengenkonstruktion im Allgemeinen nicht umgangen werden kann. Betrachten Sie hierzu für $n \in \mathbb{N}$ das Alphabet $A_n = \{a_1, \dots, a_n\}$ sowie die Sprache $L_n = \bigcup_{i=1}^n (A_n \setminus \{a_i\})^*$ und zeigen Sie:

- Es existiert ein nichtdeterministischer endlicher Automat \mathcal{A}_n über A_n mit n Zuständen sodass $\mathcal{L}(\mathcal{A}_n) = L_n$.
- Jeder deterministische und vollständige Automat \mathcal{A}_n über A_n mit $\mathcal{L}(\mathcal{A}_n) = L_n$ besitzt mindestens 2^n Zustände.

Hausaufgabe 5.2 (4 Punkte)

Welche der folgenden durch rationale Ausdrücke dargestellten Mengen sind in den jeweiligen Monoiden erkennbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

- $(a, b)^*$ im Monoid $a^* \times b^*$ mit komponentenweiser Konkatenation.
- $\{0, 1\} \cup (\{3, 4\}\{5, 6\})^*$ im Monoid $(\mathbb{N}_0, \max, 0)$

Hausaufgabe 5.3 (4 Punkte)

Wir betrachten das Monoid (den Semiverband) $V = ([0, 1], \vee, 0)$ mit $x \vee x = 0 \vee x = x \vee 0 = x$ für alle $x \in [0, 1]$ und $x \vee y = 1$ für alle $x, y \in (0, 1]$ mit $x \neq y$. Zeigen Sie, dass $\text{Rec}(V) \setminus \text{Rat}(V) \neq \emptyset$ und $\text{Rat}(V) \setminus \text{Rec}(V) \neq \emptyset$.

Seminaraufgabe 5.1

Sei $A = \{a, b, c\}$. Zeigen Sie, dass $\text{Rat}(A^* \times A^*)$ weder unter Schnitt noch unter Komplement abgeschlossen ist.

Seminaraufgabe 5.2

Wir betrachten das Monoid $(\mathbb{N}^{\mathbb{N}}, \circ, \text{id}_{\mathbb{N}})$. Zeigen Sie, dass bereits die Einpunkt mengen $\{f\} \subseteq \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ nicht erkennbar sind, also für $f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ stets $\{f\} \notin \text{Rec}(\mathbb{N}^{\mathbb{N}}, \circ, \text{id}_{\mathbb{N}})$ gilt.

Termine:

- Die Hausaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden. Alle abgegebenen Aufgaben müssen vorgerechnet werden können.
- Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt am 22.11.2019 bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).
- Die Seminaraufgaben werden in der Übung am 18.11.2019 besprochen.