

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung
Automatentheorie

Serie 4

Hausaufgabe 4.1 (8 Punkte)

Bestimmen Sie für die folgenden Mengen die Äquivalenzklassen der syntaktischen Kongruenz, das syntaktische Monoid sowie den Minimalautomaten. Bestimmen Sie hierbei auch die Mengen " L/x ".

- (a) $L = a^*b^* = \{a^k b^l \mid k, l \in \mathbb{N}_0\}$ über dem Monoid $(\{a, b\}^*, \cdot, \varepsilon)$.
- (b) $L = \{2, 3\}$ über dem Monoid $(\mathbb{N}_0, \max, 0)$.

Hausaufgabe 4.2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $L \in \text{Rec}(\mathbb{N}_0, \max, 0)$ genau dann gilt, wenn L endlich oder koendlich ist.

Seminaraufgabe 4.1

Geben Sie die syntaktischen Monoide der folgenden Sprachen über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ an.

- (a) \emptyset
- (b) $\{\varepsilon\}$
- (c) $\{a\}$
- (d) a^*
- (e) $(AA)^*$
- (f) aA^*
- (g) A^*aA^*
- (h) $\{w \in A^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

Zur Erinnerung: $|w|_a$ bezeichnet die Anzahl des Vorkommens von a im Wort w .

Seminaraufgabe 4.2

Sei $A = \{a, b\}$ und $M = (A^* \times \mathbb{N}_0, (\cdot, +), (\varepsilon, 0))$.

Bestimmen Sie das syntaktische Monoid und den Minimalautomaten der folgenden Sprachen.

$$L_1 = \{(w, 2m) \mid w \in A^*aA^* \cap A^*bA^*, m \in \mathbb{N}_0\}$$
$$L_2 = \{(a^m, m) \mid m \in \mathbb{N}_0\}.$$

Seminaraufgabe 4.3

Bestimmen Sie das syntaktische Monoid und den Minimalautomaten der Sprachen $L_1 = \{1\}$ und $L_2 = 2\mathbb{Z} + 1$ im Monoid $(\mathbb{Z}, +, 0)$.

Seminaraufgabe 4.4

Seien L_1 und L_2 Sprachen im Monoid M , die jeweils vom Homomorphismus $h_i: M \rightarrow N_i$ für $i = 1, 2$ erkannt werden.

Finden Sie ein geeignetes Monoid und einen Homomorphismus, der $L_1 \setminus L_2$ erkennt.

Hierbei sagen wir, dass ein Homomorphismus $h: M \rightarrow N$ eine Menge $L \subseteq M$ erkennt, falls N ein endliches Monoid ist und $L = h^{-1}(h(L))$.

Termine:

- Die Hausaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden. Alle abgegebenen Aufgaben müssen vorgerechnet werden können.
- Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt am 15.11.2019 entweder vor der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).
- Die Seminaufgaben werden in der Übung am 11.11.2019 besprochen.