Vorlesung “Formale Argumentation”

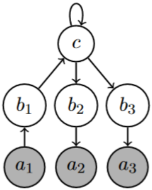
9. Enforcement, Modularity and Weak Admissibility

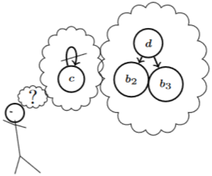
Ringo Baumann
Professur für Formale Argumentation
und Logisches Schließen

06. Juni 2024
Leipzig

Heutige Themen

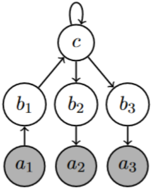
1. Enforcement (How to get what you want?)

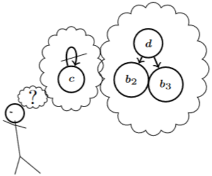




Heutige Themen

1. Enforcement (How to get what you want?)



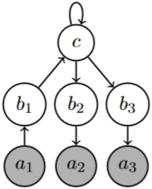


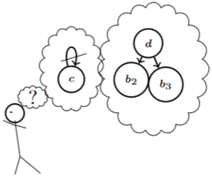
2. Modularity (splitting 2.0)

$$E \in \sigma(F),\ \ E' \in \sigma\left(F^E\right) \ \Rightarrow\ E \cup E' \in \sigma(F)$$

Heutige Themen

1. Enforcement (How to get what you want?)

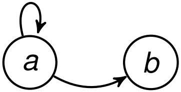




2. Modularity (splitting 2.0)

$$E \in \sigma(F), \;\; E' \in \sigma\left(F^E\right) \;\; \Rightarrow \;\; E \cup E' \in \sigma(F)$$

3. Weak Admissibility (admissibility 2.0)



"...The only admissible extension here is empty though one can argue that since *a* defeats itself, *b* should be acceptable." [Dung, 1995]

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

- Prinzipielle Möglichkeit.

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

- Prinzipielle Möglichkeit.
- Welche Veränderungen sind zugelassen?

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

- Prinzipielle Möglichkeit.
- Welche Veränderungen sind zugelassen?
- Welche Akzeptanz ist gemeint? Extension, TM einer Extension, Sceptical bzw. Credulous Acceptance

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

- Prinzipielle Möglichkeit.
- Welche Veränderungen sind zugelassen?
- Welche Akzeptanz ist gemeint? Extension, TM einer Extension, Sceptical bzw. Credulous Acceptance
- Wie sieht eine Konstruktion aus? Mindestaufwand?

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

- Prinzipielle Möglichkeit.
- Welche Veränderungen sind zugelassen?
- Welche Akzeptanz ist gemeint? Extension, TM einer Extension, Sceptical bzw. Credulous Acceptance
- Wie sieht eine Konstruktion aus? Mindestaufwand?

Definition (strict enforcement)

Gegeben eine Semantik σ, ein AF F und eine Menge $D \subseteq A(F)$. G heißt *strict enforcement* von D (bzgl. F), falls 1. G ist (normale, lokale) Expansion von F und 2. $D \in \sigma(G)$.

Enforcement

Allgemein: Ist es möglich, ein gegebenes AF so zu verändern, daß eine gewünschte Menge D akzeptiert wird? Wenn ja, wie?

- Prinzipielle Möglichkeit.
- Welche Veränderungen sind zugelassen?
- Welche Akzeptanz ist gemeint? Extension, TM einer Extension, Sceptical bzw. Credulous Acceptance
- Wie sieht eine Konstruktion aus? Mindestaufwand?

Definition (non-strict enforcement)

Gegeben eine Semantik σ, ein AF F und eine Menge $D \subseteq A(F)$. G heißt *non-strict enforcement* von D (bzgl. F), falls 1. G ist (normale, lokale) Expansion von F und 2. $D \subseteq E \in \sigma(G)$.

Enforcement

…ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Enforcement

...ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_1)$

Enforcement

...ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$, aber

Enforcement

…ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$, aber
- $S_2 = \{\phi \vee \phi_M \mid \phi \in T\}$ $\Rightarrow Mod(S_2)$

Enforcement

…ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$, aber
- $S_2 = \{\phi \vee \phi_M \mid \phi \in T\}$ $\Rightarrow Mod(S_2) = Mod(T) \cup \{M\}$

Enforcement

…ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$, aber
- $S_2 = \{\phi \vee \phi_M \mid \phi \in T\}$ $\Rightarrow Mod(S_2) = Mod(T) \cup \{M\}$

Frage: Ist Enforcement auch einfach für $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$?

Betrachte $S_M = M \cup \{\neg a \mid a \in \mathcal{A} \setminus M\}$ und dementsprechend

Enforcement

…ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\quad\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$, aber
- $S_2 = \{\phi \vee \phi_M \mid \phi \in T\}$ $\quad\Rightarrow Mod(S_2) = Mod(T) \cup \{M\}$

Frage: Ist Enforcement auch einfach für $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$?

Betrachte $S_M = M \cup \{\neg a \mid a \in \mathcal{A} \setminus M\}$ und dementsprechend

- $S_1 = T \cup S_M$ $\quad\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$

Enforcement

...ist einfach für Aussagenlogik.

Gegeben eine Menge T von Formeln über $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_m\}$. Sei $M \subseteq \mathcal{A}$ ein gewünschtes Modell. Wie können Sie T (minimal) zu S verändern, so daß $M \in Mod(S)$?

Definiere $\phi_M = \bigwedge_{a \in M} a \wedge \bigwedge_{a \in \mathcal{A} \setminus M} \neg a$, dann

- $S_1 = T \cup \{\phi_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$, aber
- $S_2 = \{\phi \vee \phi_M \mid \phi \in T\}$ $\Rightarrow Mod(S_2) = Mod(T) \cup \{M\}$

Frage: Ist Enforcement auch einfach für $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$?

Betrachte $S_M = M \cup \{\neg a \mid a \in \mathcal{A} \setminus M\}$ und dementsprechend

- $S_1 = T \cup S_M$ $\Rightarrow Mod(S_1) \subseteq \{M\}$
- $S_2 = \{\phi \vee \psi \mid \phi \in T, \psi \in S_M\}$ $\Rightarrow Mod(S_2) = Mod(T) \cup \{M\}$

Normale und Lokale Expansionen

Definition

Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls 1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,

Normale und Lokale Expansionen

Definition

Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls 1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,
2. G heißt *local expansion* von F (Notation: $F \leq_L G$), falls 1. $A(F) = A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$.

Normale und Lokale Expansionen

Definition

Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls
   1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,
2. G heißt *local expansion* von F (Notation: $F \leq_L G$), falls
   1. $A(F) = A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$.
3. G heißt *normal expansion* von F (Notation: $F \leq_N G$), falls
   1. $G|_{A(F)} = F$.

(Bemerkung: $G|_{A(F)} = F$ impliziert $A(F) \subseteq A(G)$ und $R(F) \subseteq R(G)$.)

Normale und Lokale Expansionen

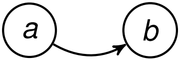
Definition

Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls
   1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,
2. G heißt *local expansion* von F (Notation: $F \leq_L G$), falls
   1. $A(F) = A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$.
3. G heißt *normal expansion* von F (Notation: $F \leq_N G$), falls
   1. $G|_{A(F)} = F$.

(Bemerkung: $G|_{A(F)} = F$ impliziert $A(F) \subseteq A(G)$ und $R(F) \subseteq R(G)$.)

Beispiel:

F :


Normale und Lokale Expansionen

Definition

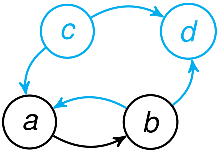
Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls
   1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,
2. G heißt *local expansion* von F (Notation: $F \leq_L G$), falls
   1. $A(F) = A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$.
3. G heißt *normal expansion* von F (Notation: $F \leq_N G$), falls
   1. $G|_{A(F)} = F$.

(Bemerkung: $G|_{A(F)} = F$ impliziert $A(F) \subseteq A(G)$ und $R(F) \subseteq R(G)$.)

Beispiel:

$G:$



Normale und Lokale Expansionen

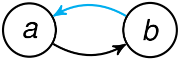
Definition

Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls
   1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,
2. G heißt *local expansion* von F (Notation: $F \leq_L G$), falls
   1. $A(F) = A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$.
3. G heißt *normal expansion* von F (Notation: $F \leq_N G$), falls
   1. $G|_{A(F)} = F$.

(Bemerkung: $G|_{A(F)} = F$ impliziert $A(F) \subseteq A(G)$ und $R(F) \subseteq R(G)$.)

Beispiel:

G : 

Normale und Lokale Expansionen

Definition

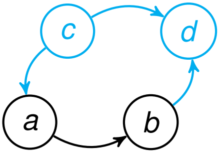
Gegeben zwei AFs F und G.

1. G heißt *expansion* von F (Notation: $F \leq G$), falls
   1. $A(F) \subseteq A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$,
2. G heißt *local expansion* von F (Notation: $F \leq_L G$), falls
   1. $A(F) = A(G)$ und 2. $R(F) \subseteq R(G)$.
3. G heißt *normal expansion* von F (Notation: $F \leq_N G$), falls
   1. $G|_{A(F)} = F$.

(Bemerkung: $G|_{A(F)} = F$ impliziert $A(F) \subseteq A(G)$ und $R(F) \subseteq R(G)$.)

Beispiel:

G :



Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$. (Übung 4: $\sigma = pr$)

Notwendige Kriterien:

Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$. (Übung 4: $\sigma = pr$)

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit,

Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$. (Übung 4: $\sigma = pr$)

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit, da nur Expansionen betrachtet werden
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$.

Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$. (Übung 4: $\sigma = pr$)

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit, da nur Expansionen betrachtet werden
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$.
- lokale Manipulierbarkeit aufgrund der strictness
  Genauer: Falls $D \notin \sigma(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq_N G$, daß $D \notin \sigma(G)$.

Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$. (Übung 4: $\sigma = pr$)

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit, da nur Expansionen betrachtet werden
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$.
- lokale Manipulierbarkeit aufgrund der strictness
  Genauer: Falls $D \notin \sigma(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq_N G$, daß $D \notin \sigma(G)$.

Des Weiteren nehmen wir an:

- Nichtleerheit, da
  1. $\emptyset \in ad(F)$ für alle F (kein Grund für enforcement), und
  2. $\emptyset \in stb(G)$ gdw. $G = (\emptyset, \emptyset)$ (nur eine Realisierung)

Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, *ein AF* F *und eine nichtleere Menge* $D \subseteq A(F)$. *Falls*

1. $D \in cf(F)$, *und*
2. *lokale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein strict enforcement von D.

Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, *ein AF* F *und eine nichtleere Menge* $D \subseteq A(F)$. *Falls*

1. $D \in cf(F)$, *und*
2. *lokale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein strict enforcement von D.

Proof.

Setze $G = (A(F), R(F) \cup \{(a,b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ für ein Argument $a \in D$.

Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und eine nichtleere Menge $D \subseteq A(F)$. Falls

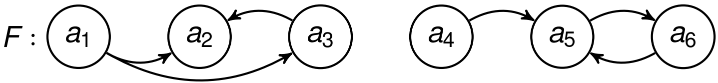
1. *$D \in cf(F)$, und*
2. *lokale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein strict enforcement von D.

Proof.

Setze $G = (A(F), R(F) \cup \{(a,b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ für ein Argument $a \in D$. Offensichtlich $F \leq_L G$ und $D \in stb(G) \subseteq ad(G)$. □

Beispiel: Sei $D = \{a_3, a_5\}$.



Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und eine nichtleere Menge $D \subseteq A(F)$. Falls

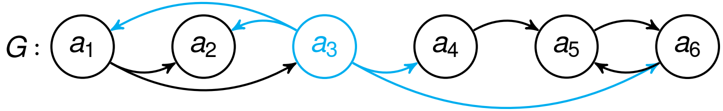
1. *$D \in cf(F)$, und*
2. *lokale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein strict enforcement von D.

Proof.

Setze $G = (A(F), R(F) \cup \{(a,b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ für ein Argument $a \in D$. Offensichtlich $F \leq_L G$ und $D \in stb(G) \subseteq ad(G)$. □

Beispiel: Sei $D = \{a_3, a_5\}$. Wir wählen a_3.



Non-Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$.

Notwendige Kriterien:

Non-Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$.

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit

Non-Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$.

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit bleibt weiterhin notwendig
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$ und somit $D \nsubseteq E \in \sigma(G) \subseteq cf(G)$

Non-Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$.

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit bleibt weiterhin notwendig
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$ und somit $D \nsubseteq E \in \sigma(G) \subseteq cf(G)$
- lokale Manipulierbarkeit

Non-Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$.

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit bleibt weiterhin notwendig
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$ und somit $D \nsubseteq E \in \sigma(G) \subseteq cf(G)$
- lokale Manipulierbarkeit ist **nicht** mehr notwendig aufgrund der non-strictness

Non-Strict Enforcement

Geg. $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und $D \subseteq A(F)$.

Notwendige Kriterien:

- Konfliktfreiheit bleibt weiterhin notwendig
  Genauer: Falls $D \notin cf(F)$, dann gilt für alle AFs G mit $F \leq G$, daß $D \notin cf(G)$ und somit $D \nsubseteq E \in \sigma(G) \subseteq cf(G)$
- lokale Manipulierbarkeit ist **nicht** mehr notwendig aufgrund der non-strictness

Des Weiteren nehmen wir wieder Nichtleerheit an.

Non-Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und eine nichtleere Menge $D \subseteq A(F)$. Falls

1. *$D \in cf(F)$, und*
2. *normale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein non-strict enforcement von D.

Non-Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, *ein AF* F *und eine nichtleere Menge* $D \subseteq A(F)$. *Falls*

1. $D \in cf(F)$, *und*
2. *normale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein non-strict enforcement von D.

Proof.

Setze $G = (A(F) \cup \{c\}, R(F) \cup \{(c, b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ mit $c \notin A(F)$.

Non-Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und eine nichtleere Menge $D \subseteq A(F)$. Falls

1. *$D \in cf(F)$, und*
2. *normale Expansionen erlaubt sind, dann*

existiert ein non-strict enforcement von D.

Proof.

Setze $G = (A(F) \cup \{c\}, R(F) \cup \{(c, b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ mit $c \notin A(F)$. Offensichtl. $F \leq_N G$ und $D \cup \{c\} \in stb(G) \subseteq ad(G)$. $\square$

Non-Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$, ein AF F und eine nichtleere Menge $D \subseteq A(F)$. Falls

1. *$D \in cf(F)$, und*
2. *normale Expansionen erlaubt sind, dann*

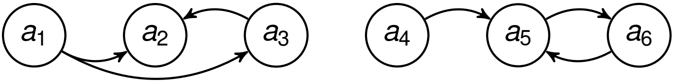
existiert ein non-strict enforcement von D.

Proof.

Setze $G = (A(F) \cup \{c\}, R(F) \cup \{(c, b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ mit $c \notin A(F)$. Offensichtl. $F \leq_N G$ und $D \cup \{c\} \in stb(G) \subseteq ad(G)$. □

Beispiel: Sei $D = \{a_3, a_5\}$.

F :



Non-Strict Enforcement

Proposition

Gegeben eine Semantik $\sigma \in \{stb, ad\}$*, ein AF* F *und eine nichtleere Menge* $D \subseteq A(F)$*. Falls*

1. $D \in cf(F)$*, und*
2. *normale Expansionen erlaubt sind, dann*

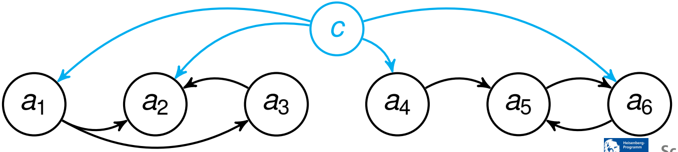
existiert ein non-strict enforcement von D*.*

Proof.

Setze $G = (A(F) \cup \{c\}, R(F) \cup \{(c, b) \mid b \in A(F) \setminus D\})$ mit $c \notin A(F)$. Offensichtl. $F \leq_N G$ und $D \cup \{c\} \in stb(G) \subseteq ad(G)$. □

Beispiel: Sei $D = \{a_3, a_5\}$. Führe c ein.

F :

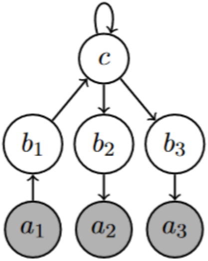


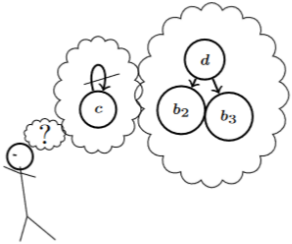
Minimal Change

- Aufwand (z.B. Anzahl hinzugefügte bzw. entfernte Attacken) für Enforcement kann unterschiedlich hoch sein

Minimal Change

- Aufwand (z.B. Anzahl hinzugefügte bzw. entfernte Attacken) für Enforcement kann unterschiedlich hoch sein
- Bsp: $D = \{a_1, a_2, a_3\}$, $\sigma \in \{ad, pr, stb\}$, non-strict





Modularity

- einfaches und zentrales Prinzip, welches von vielen Semantiken geteilt wird
- beschreibt wie schon gegebene Extensionen erweitert werden können

Modularity

- einfaches und zentrales Prinzip, welches von vielen Semantiken geteilt wird
- beschreibt wie schon gegebene Extensionen erweitert werden können
- benötigt das sogenannte Redukt
- inspiriert alternative Charakterisierung für klassische Semantiken

Modularity

- einfaches und zentrales Prinzip, welches von vielen Semantiken geteilt wird
- beschreibt wie schon gegebene Extensionen erweitert werden können
- benötigt das sogenannte Redukt
- inspiriert alternative Charakterisierung für klassische Semantiken

Definition

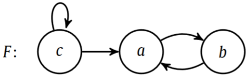
Gegeben ein AF $F = (A, R)$ und $E \subseteq A$. Das *E-Redukt* von F ist definiert als $F^E = F|_{A \setminus E \cup E^+}$ mit $E^+ = \{a \in A \mid (e, a) \in R, e \in E\}$.

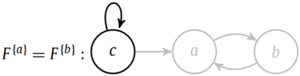
Das E-Redukt

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$ und $E \subseteq A$. Das *E-Redukt* von F ist definiert als $F^E = F|_{A \setminus E \cup E^+}$ mit $E^+ = \{a \in A \mid (e, a) \in R, e \in E\}$.

Beispiel 1:





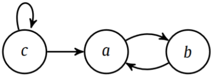
Das E-Redukt

Definition

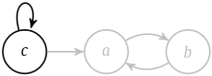
Gegeben ein AF $F = (A, R)$ und $E \subseteq A$. Das *E-Redukt* von F ist definiert als $F^E = F|_{A \setminus E \cup E^+}$ mit $E^+ = \{a \in A \mid (e, a) \in R, e \in E\}$.

Beispiel 1:

F:

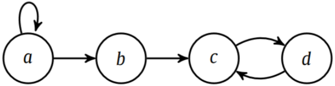


$F^{\{a\}} = F^{\{b\}}$:

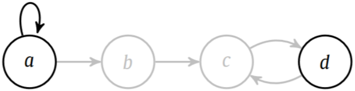


Beispiel 2:

F:



$F^{\{b\}}$:



Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$.

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$.

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$. E attackiert nicht E', da $E' \in A\left(F^E\right)$ und

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$. E attackiert nicht E', da $E' \in A\left(F^E\right)$ und E' attackiert nicht E, da $E \in ad(F)$ und (wie gerade gezeigt) E attackiert nicht E'. Also, $E \cup E' \in cf(F)$.

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$. E attackiert nicht E', da $E' \in A\left(F^E\right)$ und E' attackiert nicht E, da $E \in ad(F)$ und (wie gerade gezeigt) E attackiert nicht E'. Also, $E \cup E' \in cf(F)$.
E verteidigt sich selbst in F da $E \in ad(F)$.

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$. E attackiert nicht E', da $E' \in A\left(F^E\right)$ und E' attackiert nicht E, da $E \in ad(F)$ und (wie gerade gezeigt) E attackiert nicht E'. Also, $E \cup E' \in cf(F)$.
E verteidigt sich selbst in F da $E \in ad(F)$. Attackierer von E' sind entweder in $A\left(F^E\right)$ oder in E^+ (Warum?).

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$. E attackiert nicht E', da $E' \in A\left(F^E\right)$ und E' attackiert nicht E, da $E \in ad(F)$ und (wie gerade gezeigt) E attackiert nicht E'. Also, $E \cup E' \in cf(F)$.
E verteidigt sich selbst in F da $E \in ad(F)$. Attackierer von E' sind entweder in $A\left(F^E\right)$ oder in E^+ (Warum?). Im ersten Falle verteidigt sich E' selber, da $E' \in ad\left(F^E\right)$. Im zweiten Falle übernimmt E die Verteidigung.

Modularity

Definition

Eine Semantik σ erfüllt *modularity* sofern:

$$E \in \sigma(F) \text{ und } E' \in \sigma\left(F^E\right) \text{ impliziert } E \cup E' \in \sigma(F).$$

Proposition

Admissible semantics erfüllt modularity.

Proof.

Sei $E \in ad(F)$ und $E' \in ad\left(F^E\right)$. Es folgt $E \in cf(F)$, $E' \in cf\left(F^E\right)$ und somit auch $E' \in cf(F)$. E attackiert nicht E', da $E' \in A\left(F^E\right)$ und E' attackiert nicht E, da $E \in ad(F)$ und (wie gerade gezeigt) E attackiert nicht E'. Also, $E \cup E' \in cf(F)$.
E verteidigt sich selbst in F da $E \in ad(F)$. Attackierer von E' sind entweder in $A\left(F^E\right)$ oder in E^+ (Warum?). Im ersten Falle verteidigt sich E' selber, da $E' \in ad\left(F^E\right)$. Im zweiten Falle übernimmt E die Verteidigung. Also, $E \cup E' \in ad(F)$ $\square$

Alternative Charakterisierung

Proposition

Gegeben ein $F = (A, R)$ *und* $E \in cf(F)$. *Es gilt*

1. $E \in stb(F)$ *gdw.* $F^E = (\emptyset, \emptyset)$,

Alternative Charakterisierung

Proposition

Gegeben ein $F = (A, R)$ *und* $E \in cf(F)$. *Es gilt*

1. $E \in stb(F)$ *gdw.* $F^E = (\emptyset, \emptyset)$,
2. $E \in ad(F)$ *gdw. kein Attackierer von* E *ist in* F^E,

Alternative Charakterisierung

Proposition

Gegeben ein $F = (A, R)$ *und* $E \in cf(F)$. *Es gilt*

1. $E \in stb(F)$ *gdw.* $F^E = (\emptyset, \emptyset)$,
2. $E \in ad(F)$ *gdw.* *kein Attackierer von* E *ist in* F^E,
3. $E \in pr(F)$ *gdw.* *kein Attackierer von* E *ist in* F^E, *und* $\bigcup ad\left(F^E\right) = \emptyset$.

Alternative Charakterisierung

Proposition

Gegeben ein $F = (A, R)$ *und* $E \in cf(F)$. *Es gilt*

1. $E \in stb(F)$ *gdw.* $F^E = (\emptyset, \emptyset)$,
2. $E \in ad(F)$ *gdw. kein Attackierer von* E *ist in* F^E,
3. $E \in pr(F)$ *gdw. kein Attackierer von* E *ist in* F^E, *und* $\bigcup ad\left(F^E\right) = \emptyset$.

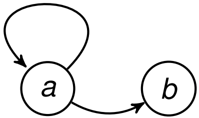
Proof.

1. Klar.
2. Klar.
3. Übung 4.

$\square$

Dung's seminal paper

"An interesting topic of research is the problem of self-defeating arguments as illustrated in the following example.



The only admissible extension here is empty though one can argue that since *a* defeats itself, *b* should be acceptable."

Weak Admissibility

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. $E \subseteq A$ heißt *weakly admissible* in F (Notation: $E \in ad^w(F)$) falls

1. $E \in cf(F)$, und

Weak Admissibility

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. $E \subseteq A$ heißt *weakly admissible* in F (Notation: $E \in ad^w(F)$) falls

1. $E \in cf(F)$, und
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^w\left(F^E\right)$.

Weak Admissibility

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. $E \subseteq A$ heißt *weakly admissible* in F (Notation: $E \in ad^w(F)$) falls

1. $E \in cf(F)$, und
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^w\left(F^E\right)$.

Wir stellen fest:

- benötigt Redukt
- rekursive Definition

Weak Admissibility

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. $E \subseteq A$ heißt *weakly admissible* in F (Notation: $E \in ad^w(F)$) falls

1. $E \in cf(F)$, und
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^w\left(F^E\right)$.

Wir stellen fest:

- benötigt Redukt
- rekursive Definition
- $\emptyset \in ad^w(F)$

Weak Admissibility

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. $E \subseteq A$ heißt *weakly admissible* in F (Notation: $E \in ad^w(F)$) falls

1. $E \in cf(F)$, und
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^w\left(F^E\right)$.

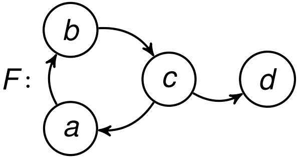
Wir stellen fest:

- benötigt Redukt
- rekursive Definition
- $\varnothing \in ad^w(F)$
- $ad(F) \subseteq ad^w(F)$

Recursiveness in action

Definition

1. $E \in cf(F)$
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^{w}\left(F^{E}\right)$.

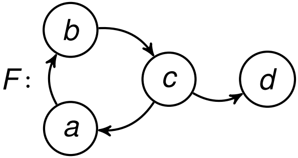


Ist $E = \{d\}$ weakly admissible in F?

Recursiveness in action

Definition

1. $E \in cf(F)$ ✔
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^{w}\left(F^{E}\right)$.

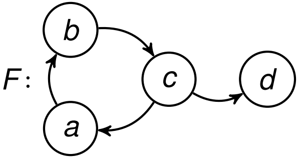


Ist $E = \{d\}$ weakly admissible in F?

Recursiveness in action

Definition

1. $E \in cf(F)$
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^{w}(F^{E})$.

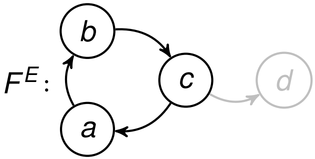


Ist $E = \{d\}$ weakly admissible in F?

Recursiveness in action

Definition

1. $E \in cf(F)$ ✔
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^{w}(F^{E})$. ✍



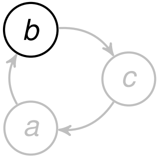
Ja, falls c nicht in einer w-admissible set von F^E.

Recursiveness in action

Definition

1. $E \in cf(F)$
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^{w}(F^{E})$.

$(F^E)^{\{c\}}$:



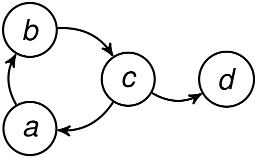
Ja, falls b in einer w-admissible set von $(F^E)^{\{c\}}$.

Recursiveness in action

Definition

1. $E \in cf(F)$ ✔
2. für jeden Attackierer y von E gilt: $y \notin \bigcup ad^{w}(F^{E})$. ✍

$F:$



$E = \{d\}$ ist weakly admissible in F.

Weak Admissibility

Proposition

Weak Admissibility erfüllt modularity.

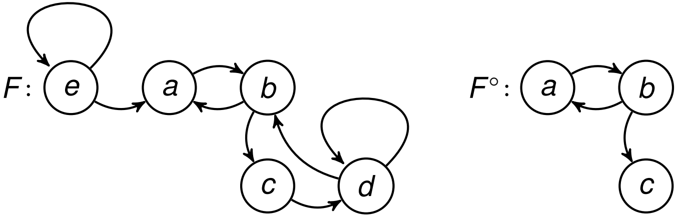
Weak Admissibility

Proposition

Weak Admissibility erfüllt modularity.

Proposition (Self-loops sind irrelevant)

Für jedes AF F gilt: $ad^w(F) = ad^w(F^\circ)$ wobei $F^\circ = F|_{A(F)\setminus L(F)}$.



Vorlesung “Formale Argumentation”

9. Enforcement, Modularity and Weak Admissibility

Ringo Baumann
Professur für Formale Argumentation
und Logisches Schließen

06. Juni 2024
Leipzig